



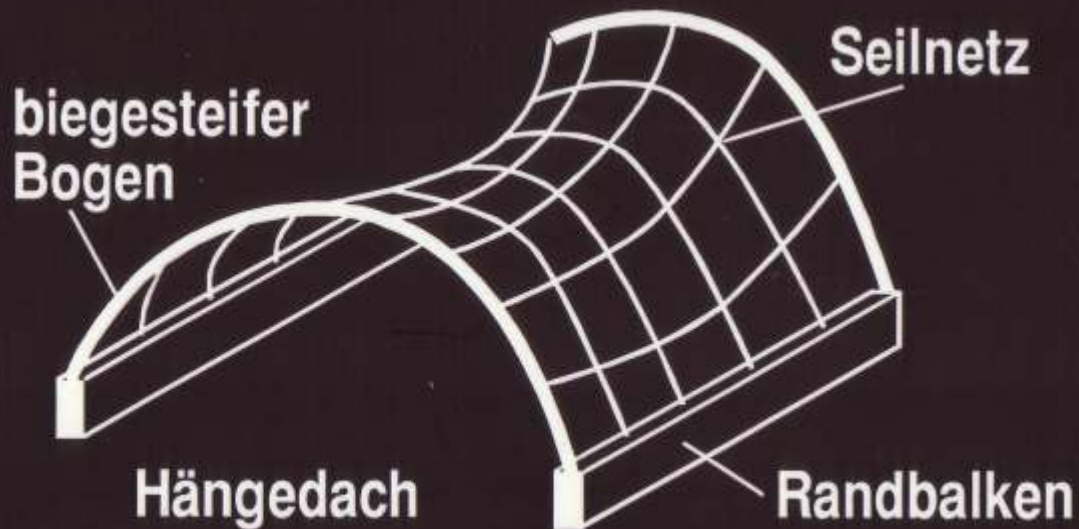
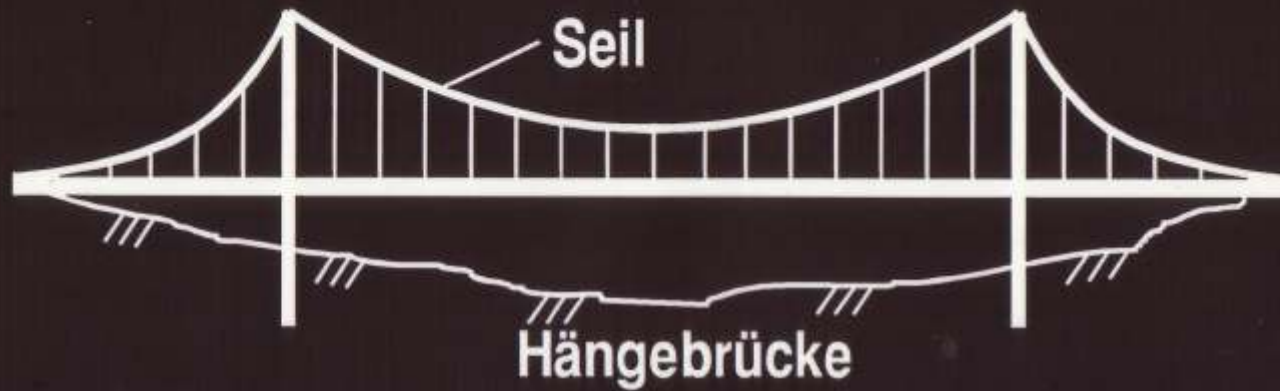
Diethard Thieme
Skripte
zur Baumechanik

Stabtragwerke

BM 18

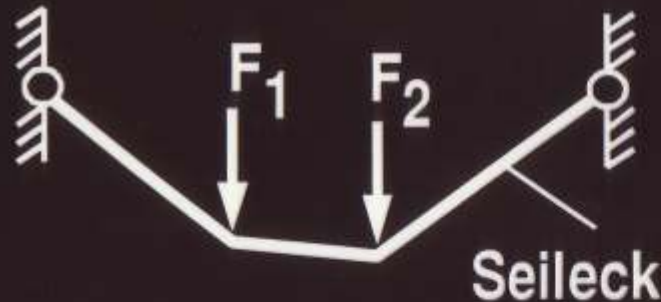
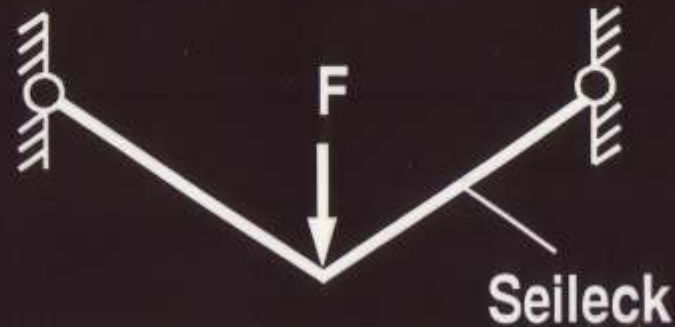
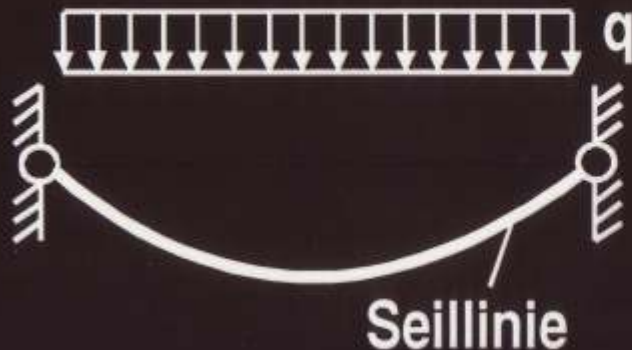
13 Seile als Tragwerke

13.1 Anwendungen



13.2 Besonderheiten

a. Die Gleichgewichtsform ist abhängig von der Belastung

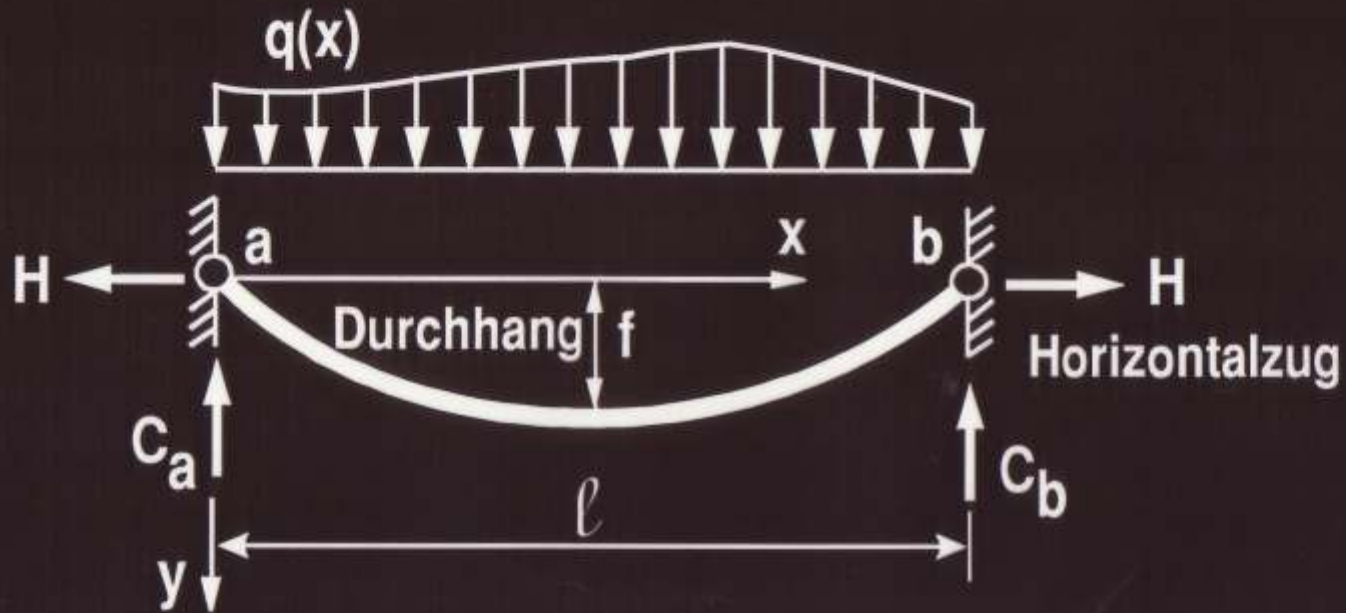


Die Form des Tragwerkes passt sich an die Belastung an.

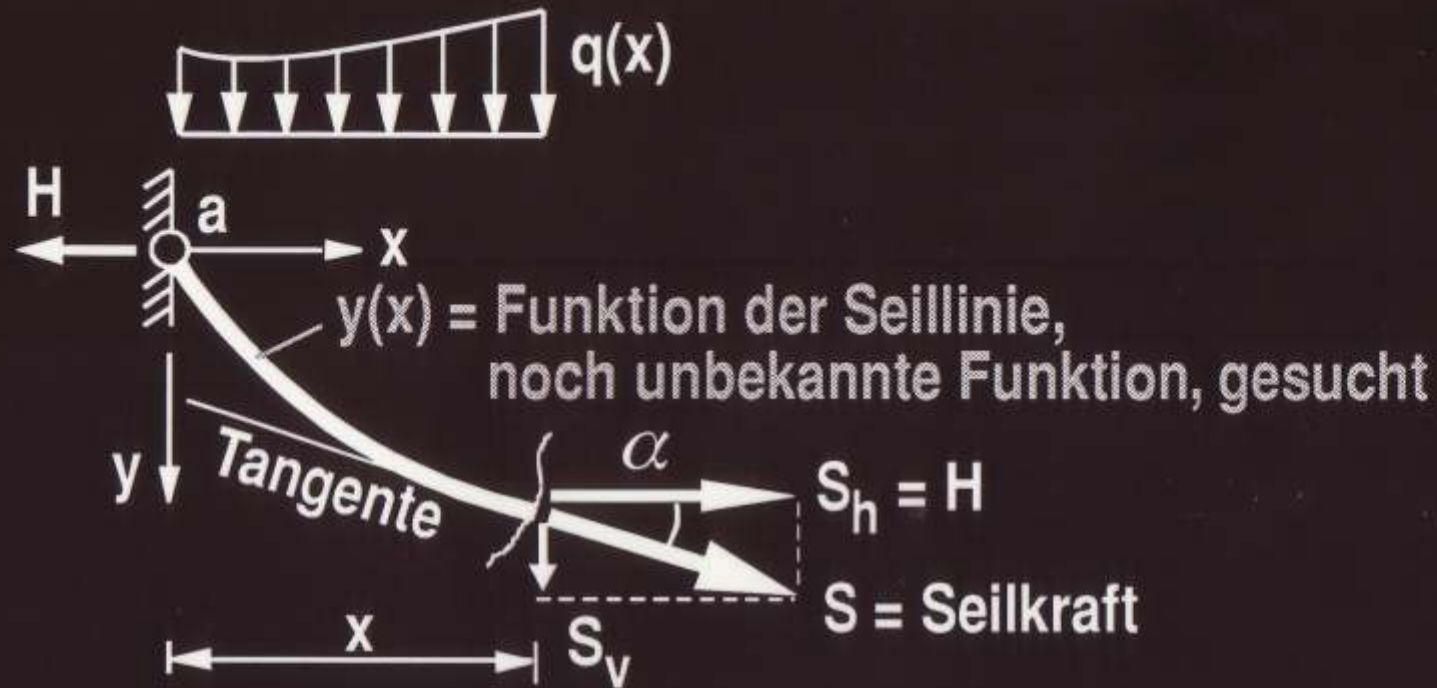
b. Seile sind biegeschlaff und schubweich (kein M , kein Q) Die Längskräfte im Seil sind Zugkräfte.

13.3 Ableitung der Differentialgleichung

a. Bestimmungsstücke



b. Schnitt an der Stelle x



Anstieg der Tangente bei x

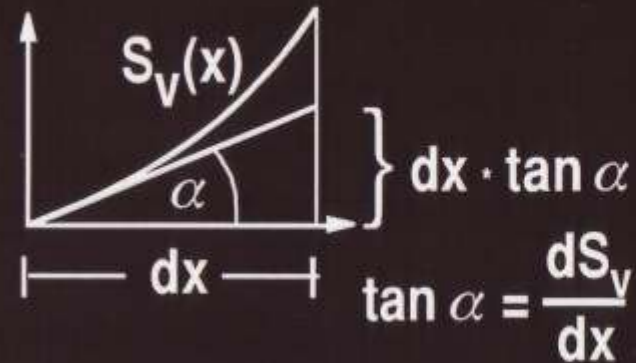
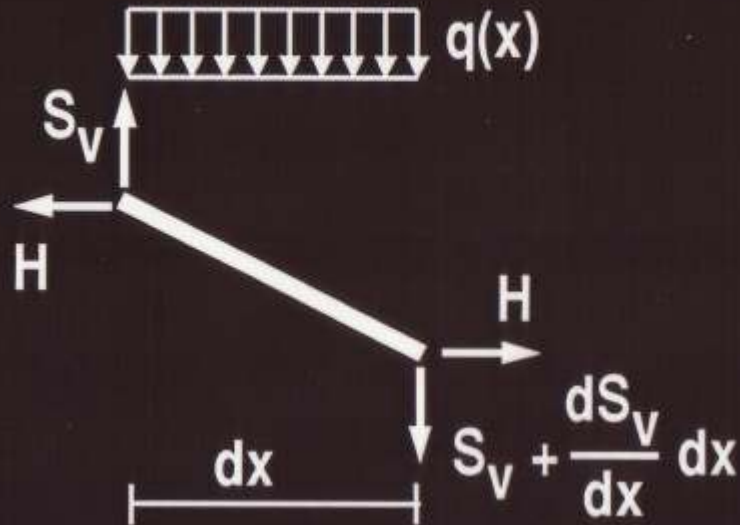
$$\tan \alpha = dy / dx$$

Komponentendreieck

$$\tan \alpha = S_v / S_h = S_v / H$$

$$S_v / H = dy / dx \quad (1)$$

c. Betrachtung am Teil dx (Gleichgewichtsbedingung)



$$\uparrow \Sigma V = 0 \rightarrow S_v - S_v - \frac{dS_v}{dx} dx - q(x) dx = 0$$

$$\boxed{\frac{dS_v}{dx} = -q(x)} \quad (2) \quad \text{vgl. Balken: } \frac{dQ}{dx} = -q(x)$$

Vorhanden sind 2 Gleichungen : (1) und (2)

Unbekannte: $y(x)$ und $S_v(x)$

Der Horizontalzug $H = \text{konst.}$ muss gegeben sein.

d. Zusammenfassung der Gleichungen (1) und (2)
zu einer Gleichung (Differentialgleichung)
durch Elimination der unbekannten Seilkraft S_v

Ableitung von (1)

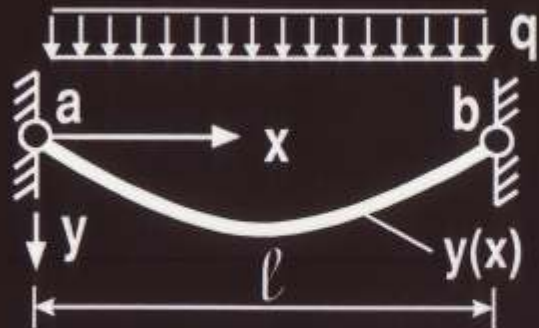
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{H} \frac{dS_v}{dx}$$

Mit (2) erhält man die
Differentialgleichung der Seillinie

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{1}{H} q(x)$$

H und q müssen
gegeben sein.

13.4 Lösung der Differentialgleichung



Betrachtung eines Sonderfalls:

1. $q(x) = q = \text{konstant}$
2. Aufhängepunkte 'a' und 'b' in gleicher Höhe

Integration (Lösung) der Differentialgleichung

$$y''(x) = -q / H$$

$$y'(x) = -q x / H + C_1$$

$$y(x) = -q x^2 / 2H + C_1 x + C_2$$

Bestimmung der Konstanten C_1 und C_2 aus den Randbedingungen

1. Bei $x = 0$ ist $y = 0 \rightarrow C_2 = 0$

2. Bei $x = \ell$ ist $y = 0 \rightarrow 0 = -q \ell^2 / 2H + C_1 \ell$
 $\rightarrow C_1 = q \ell / 2H$

Lösung für die Seillinie $y(x)$

$$y(x) = - q x^2 / 2H + q \ell x / 2H = \frac{q}{2H} (\ell x - x^2)$$

Berechnung des Durchhanges f (in der Mitte)

$$f = y (x = 0,5 \ell) = \frac{q}{2H} \left(\ell \frac{\ell}{2} - \frac{\ell^2}{4} \right) = \frac{q \ell^2}{8H}$$

Seillänge L (ohne Ableitung)

$$L = \ell + 8 f^2 / 3 \ell$$

13.5 Aufgabenstellungen mit der Lösung nach Abschnitt 13.4

1. Aufgabe

gegeben: ℓ, q, H

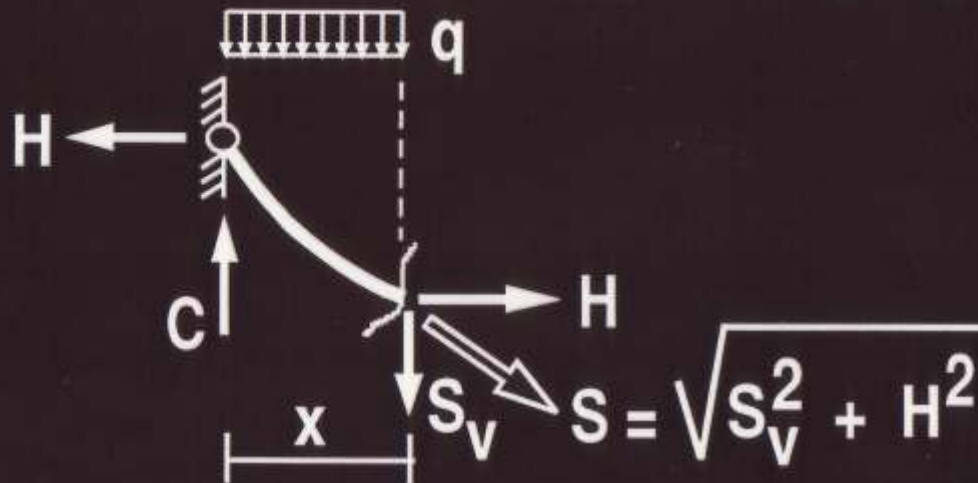
gesucht: y, f, L, S

$$y(x) = \frac{q}{2H} (\ell x - x^2) \quad , \quad f = \frac{q \ell^2}{8H} \quad , \quad L = \ell + \frac{8f^2}{3\ell}$$

Zur Berechnung von S_v gibt es zwei Möglichkeiten:

1. Aus (1) $\rightarrow S_v(x) = H \cdot dy/dx$

2. Aus der Gleichgewichtsbedingung $\sum K_v = 0$



2. Aufgabe

gegeben: ℓ, q, L

gesucht: y, f, H, S

$$f = \sqrt{3 \ell (L - \ell) / 8}$$

$$H = \frac{q \ell^2}{8 f}$$

$$y(x) = \frac{q}{2H} (\ell x - x^2)$$

S_v und S entspr. Aufg. 1