



Diethard Thieme
Skripte
zur Baumechanik

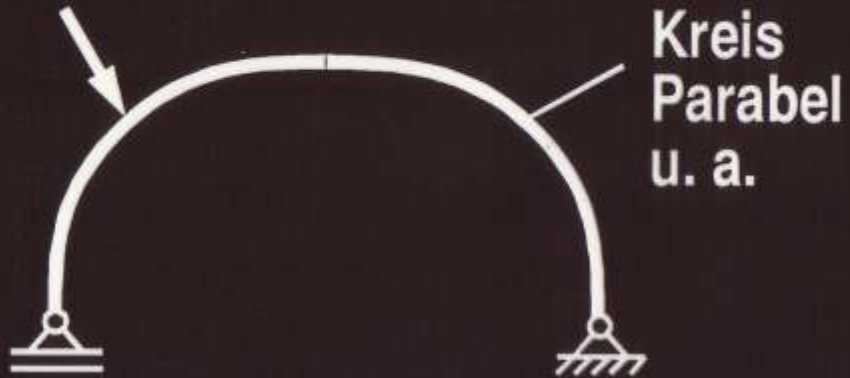
Stabtragwerke

BM 17

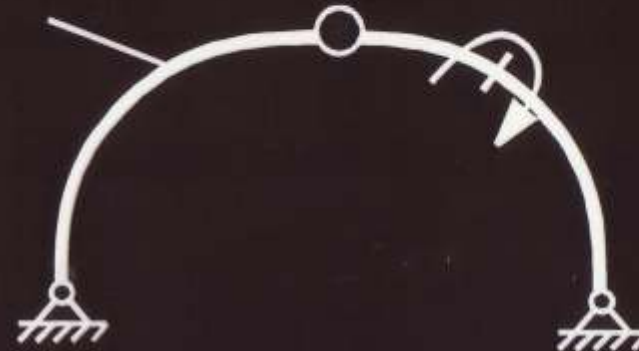
12 Bogenförmige Tragwerke

12.1 Besonderheiten und Aufbau

a. Träger



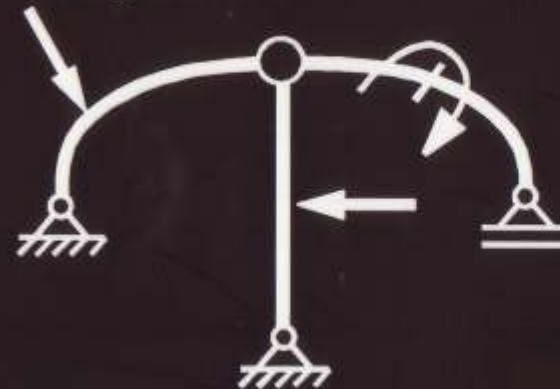
b. Dreigelenkbogen



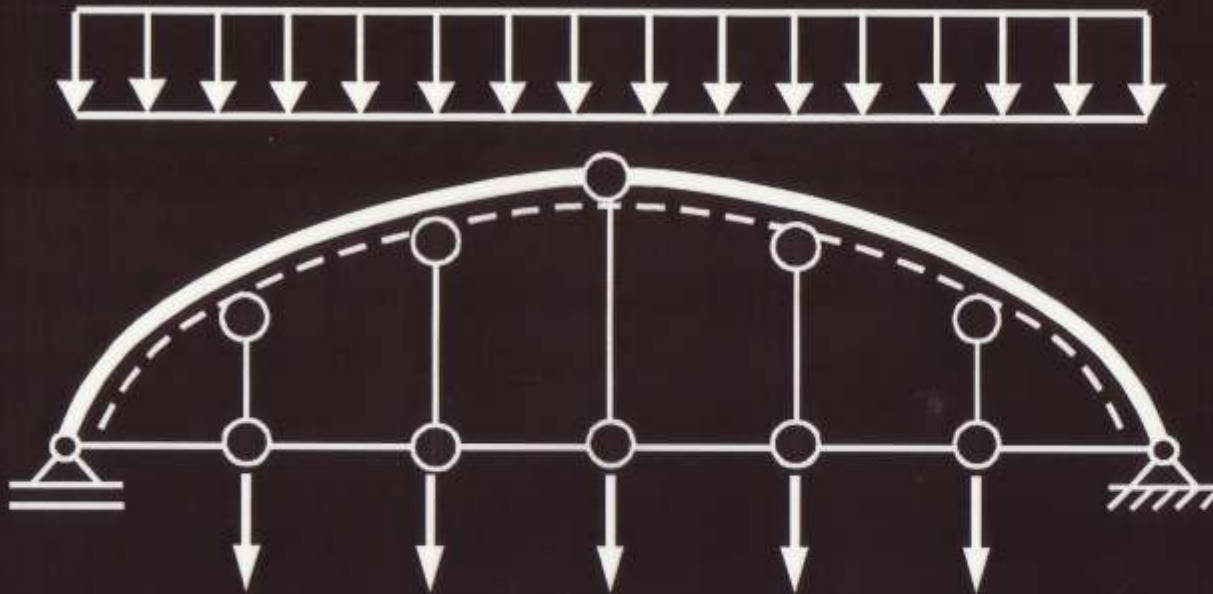
c. Dreigelenkbogen
mit Zugband



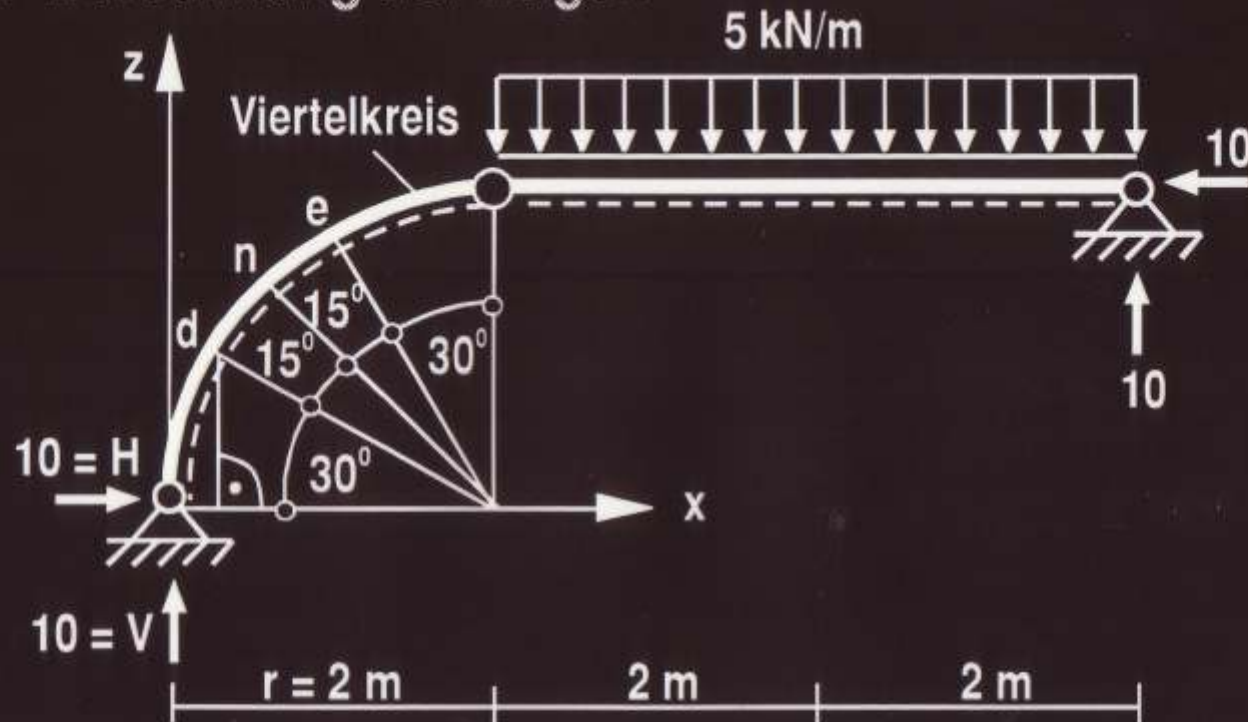
d. Zusammengesetzte
Tragwerke



e. Gemischtsysteme



12.2 Berechnung der Bögen



Koordinaten der Punkte "d", "e" und "n"

$$z_d = 2 \cdot \sin 30^\circ = 1,00$$

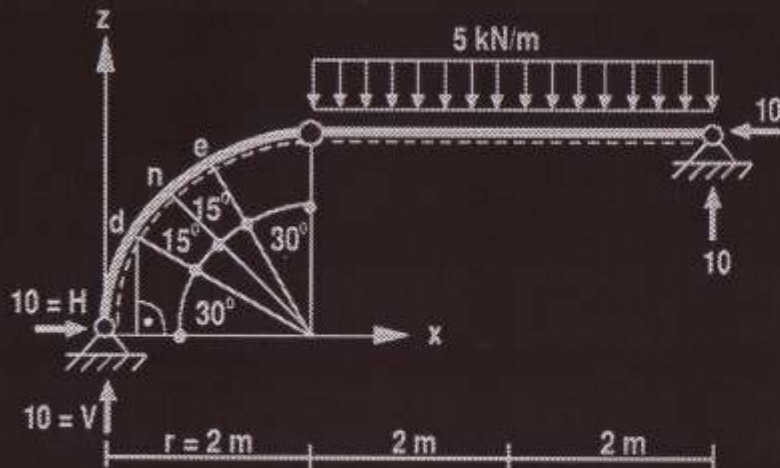
$$x_d = 2 - 2 \cdot \cos 30^\circ = 0,26$$

$$z_e = 2 \cdot \sin 60^\circ = 1,74$$

$$x_e = 2 - 2 \cdot \cos 60^\circ = 1,00$$

$$z_n = 2 \cdot \sin 45^\circ = 1,42$$

$$x_n = 2 - 2 \cdot \cos 45^\circ = 0,58$$



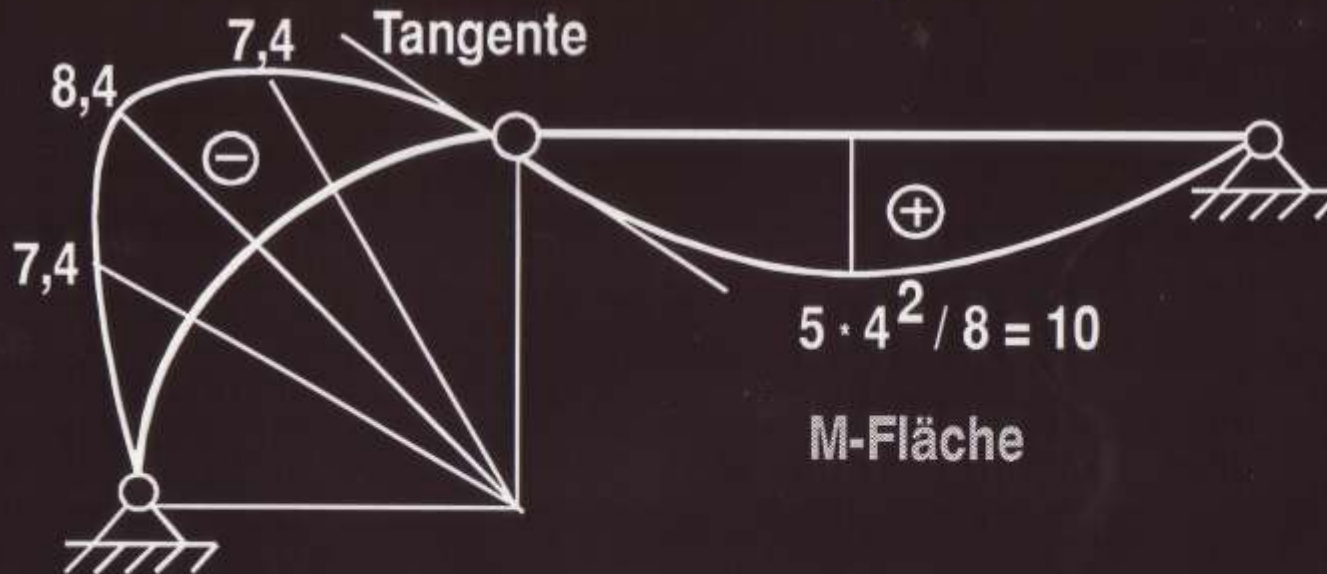
Biegemomente am Bogen

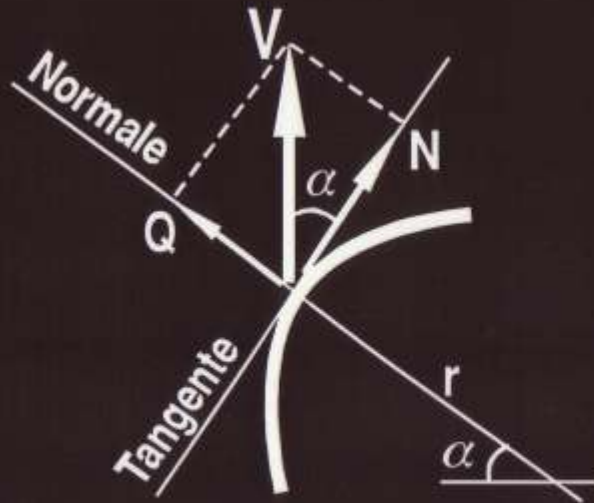
$$M_d = V \cdot x_d - H \cdot z_d$$

$$M_d = 10 \cdot 0,26 - 10 \cdot 1,00 = -7,4$$

$$M_e = 10 \cdot 1,00 - 10 \cdot 1,74 = -7,4$$

$$M_n = 10 \cdot 0,58 - 10 \cdot 1,42 = -8,4$$





Q und N aus V-Wirkung

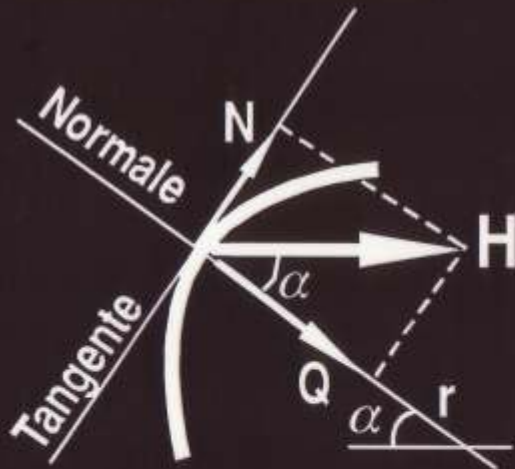
Querkräfte

$$Q_d = V \cdot \sin 30^\circ - H \cdot \cos 30^\circ$$

$$Q_d = 10 \cdot \sin 30^\circ - 10 \cdot \cos 30^\circ = -3,7$$

$$Q_e = 10 \cdot \sin 60^\circ - 10 \cdot \cos 60^\circ = 3,7$$

$$Q_n = 10 \cdot \sin 45^\circ - 10 \cdot \cos 45^\circ = 0 \text{ (Extr. M)}$$



Q und N aus H-Wirkung

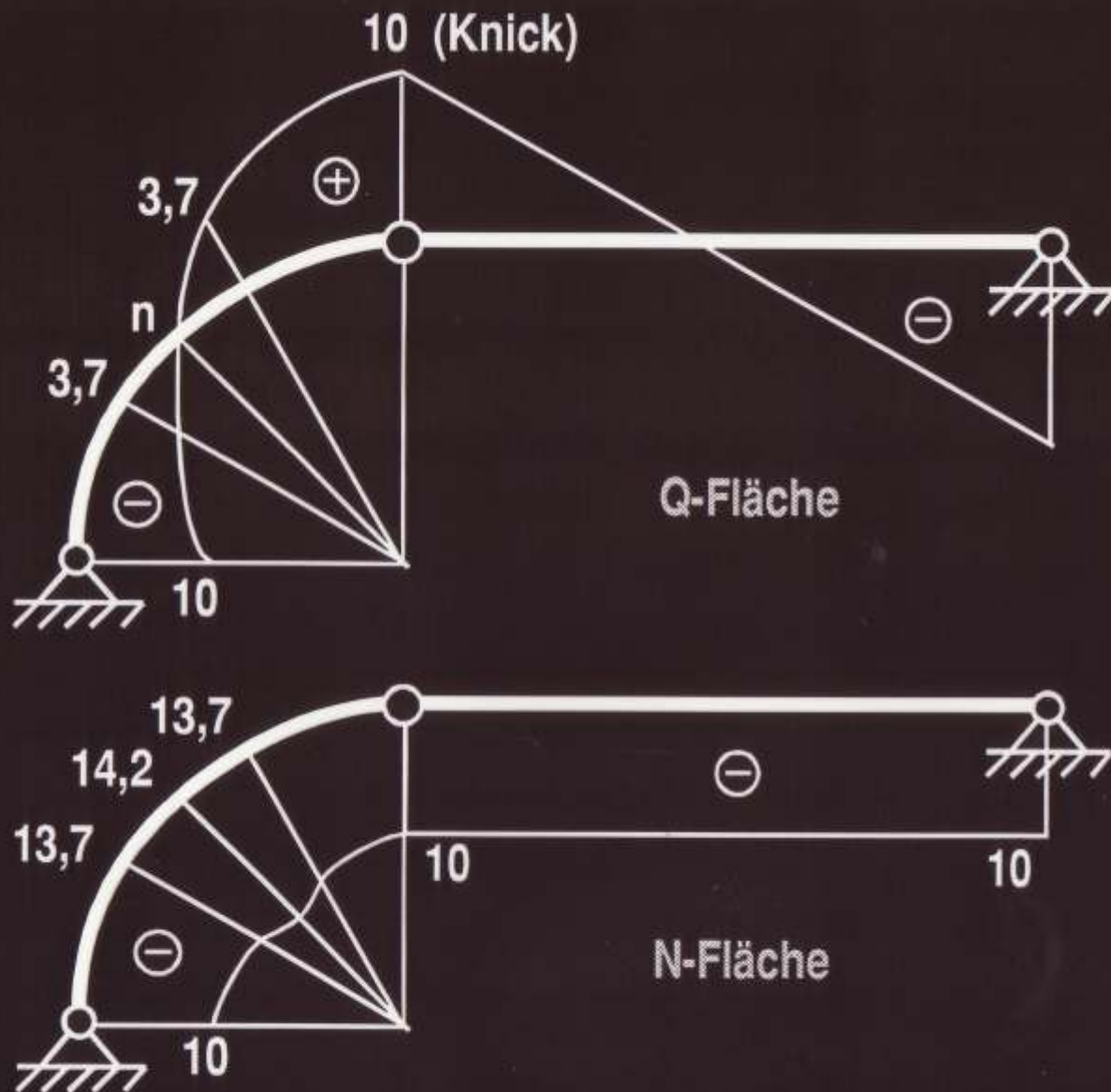
Längskräfte

$$N_d = -V \cdot \cos 30^\circ - H \cdot \sin 30^\circ$$

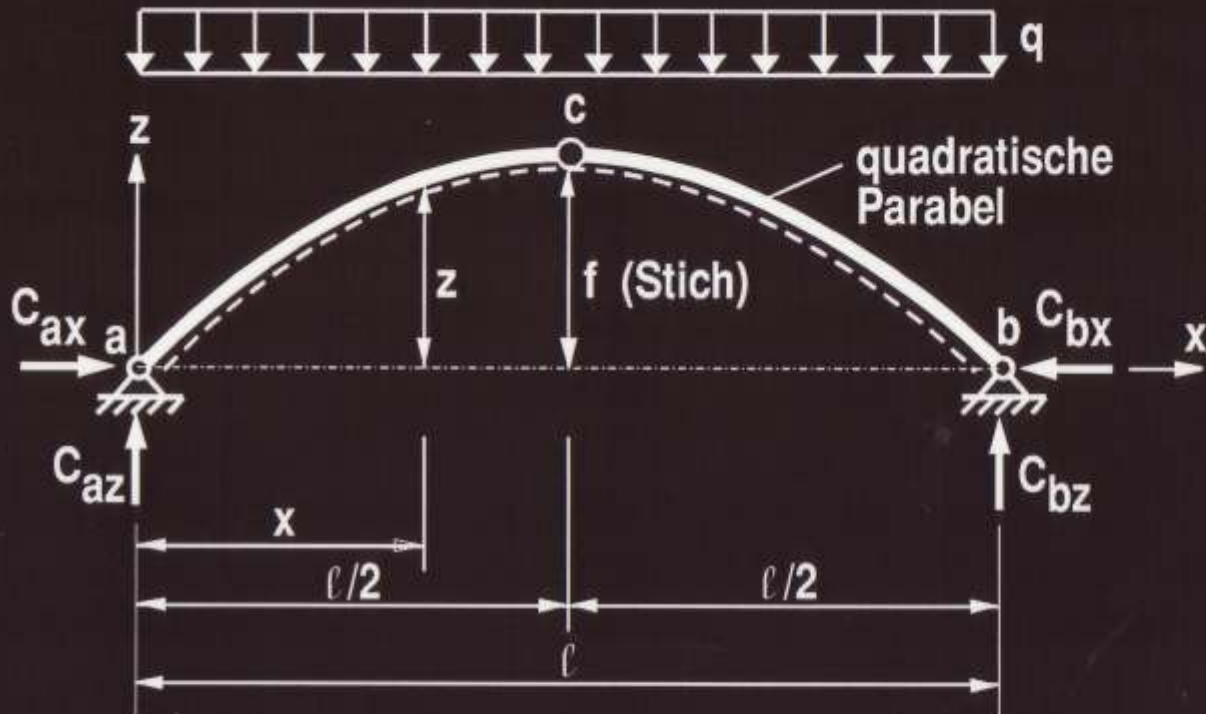
$$N_d = -10 \cdot \cos 30^\circ - 10 \cdot \sin 30^\circ = -13,7$$

$$N_e = -10 \cdot \cos 60^\circ - 10 \cdot \sin 60^\circ = -13,7$$

$$N_n = -10 \cdot \cos 45^\circ - 10 \cdot \sin 45^\circ = -14,2$$



12.3 Sonderfall der parabelförmigen Bogenachse und gleichmäßig verteilter senkrechter Belastung



gesucht: Gleichung der Parabel als Funktion von x , f , l

gegeben: Lage der Auflagerpunkte und l und f

Gleichung der Parabel in allgemeiner Form

$$z = a x^2 + b x + c$$

$$z = a x^2 + b x + c$$

Bestimmung der Konstanten a , b und c

$$x = 0, z = 0 \rightarrow c = 0$$

$$x = \ell/2, z = f \rightarrow \begin{array}{l} f = a \ell^2/4 + b \ell/2 \quad | \cdot (-4) \\ -4f = -a \ell^2 - 2b \ell \end{array} \quad (1)$$

$$x = \ell, z = 0 \rightarrow \begin{array}{l} 0 = a \ell^2 + b \ell \end{array} \quad (2)$$

$$-4f = -b \ell \rightarrow b = 4f / \ell \rightarrow a = -4f / \ell^2$$

Endgültige Gleichung der Parabel

$$z = -\frac{4f}{\ell^2} x^2 + \frac{4f}{\ell} x = \frac{4f}{\ell^2} x (\ell - x) \quad (3)$$

Stützkräfte

$$C_{az} = C_{bz} = q \ell / 2 ; \quad C_{ax} = C_{bx} \quad (\text{Symmetrie})$$

$$\Sigma M_{C, \ell} = 0$$

$$C_{ax} = \frac{1}{f} \left(C_{az} \frac{\ell}{2} - q \frac{\ell}{2} \frac{\ell}{4} \right) = \frac{1}{f} \left(q \frac{\ell^2}{4} - q \frac{\ell^2}{8} \right) = \frac{q \ell^2}{8 f} = C_{bx}$$

Moment an beliebiger Stelle x

$$M(x) = C_{az} x - q x \frac{x}{2} - C_{ax} z \quad \text{— nach Formel (3)}$$

$$M(x) = q \frac{\ell}{2} x - q \frac{x^2}{2} - \underbrace{\frac{C_{ax}}{8 f}}_{\frac{q \ell^2}{8 f}} \underbrace{\frac{4 f}{\ell^2} x (\ell - x)}_z$$

$$M(x) = \underbrace{q \frac{\ell}{2} x - q \frac{x^2}{2}}_{q \frac{x}{2} (\ell - x)} - q \frac{x}{2} (\ell - x) = 0$$

Für den Sonderfall "Parabelförmige Bogenachse nach (3) und gleichmäßig verteilte senkrechte Belastung" sind die Biegemomente und folglich auch die Querkräfte im Bogen Null. Es gibt nur Längskräfte (Druckkräfte) im Bogen.

Dieses Ergebnis gilt auch für 2-Gelenkbögen ohne Scheitelgelenk (1-fach stat. unbest.) :

