



Diethard Thieme
Skripte
zur Baumechanik

Stabtragwerke

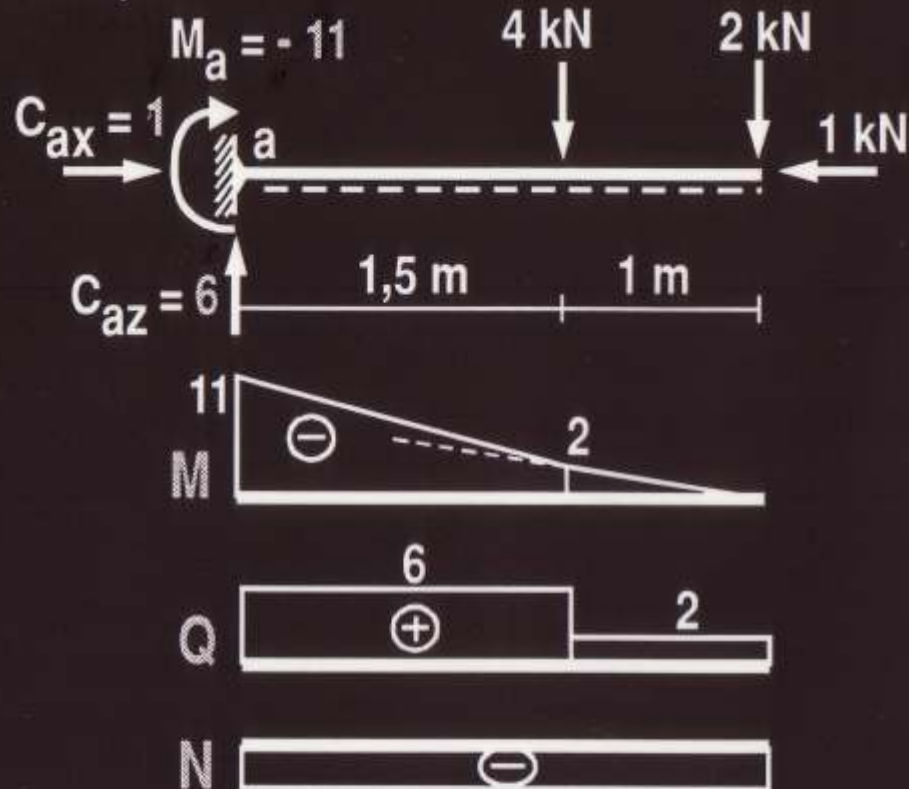
BM 09

7.2 Kragträger



Besonderheit:
Bei "a" gibt es 2 Stützkraftkomponenten
und ein Einspannmoment

Beispiel



$$\vec{\Sigma} K_x = 0$$

$$C_{ax} - 1 = 0 \rightarrow C_{ax} = 1$$

$$\uparrow \Sigma K_z = 0$$

$$C_{az} - 4 - 2 = 0 \rightarrow C_{az} = 6$$

$$\curvearrowright \Sigma M_{(a)} = 0$$

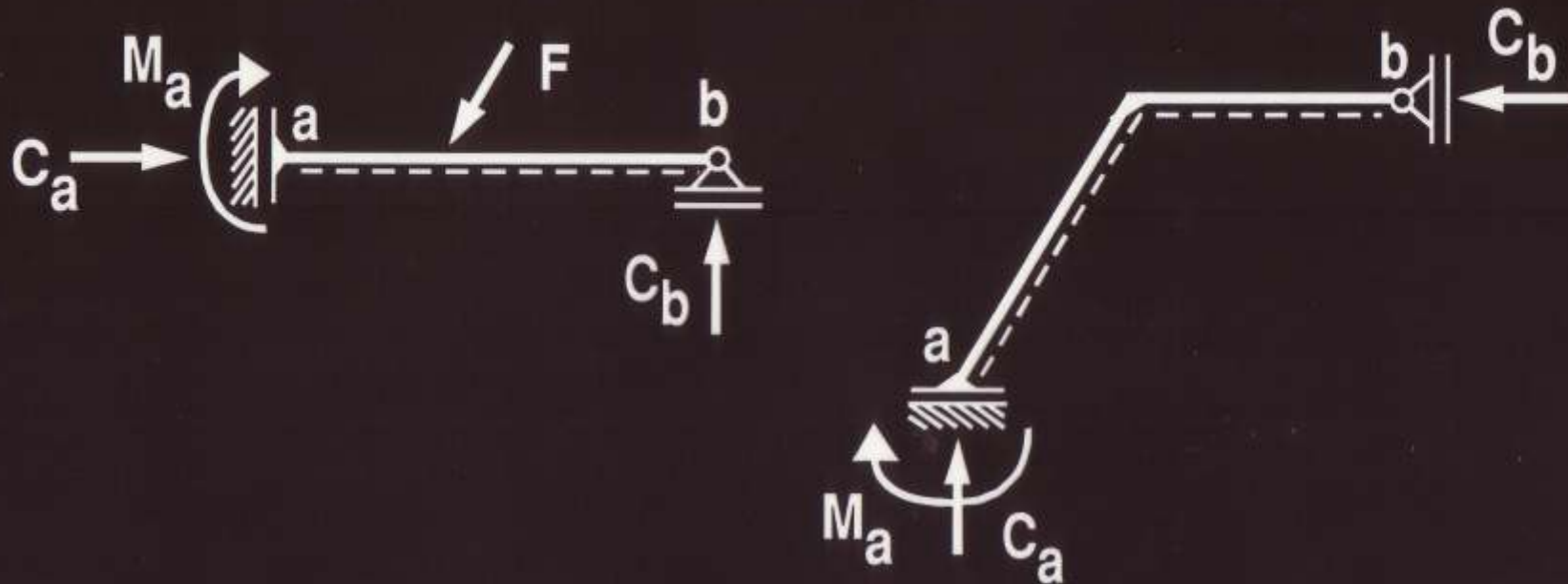
$$M_a + 4 \cdot 1,5 + 2 \cdot 2,5 = 0$$

$$M_a = -11$$

Bei der Ermittlung der Schnittkraftflächen kann man entweder an der Einspannstelle oder am Kragarmende beginnen.

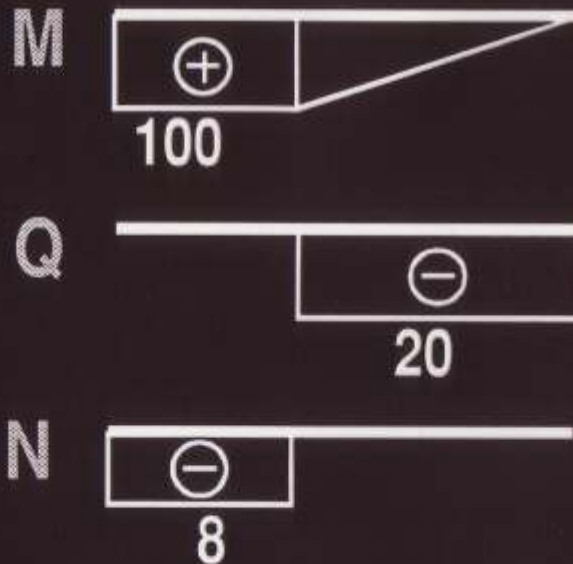
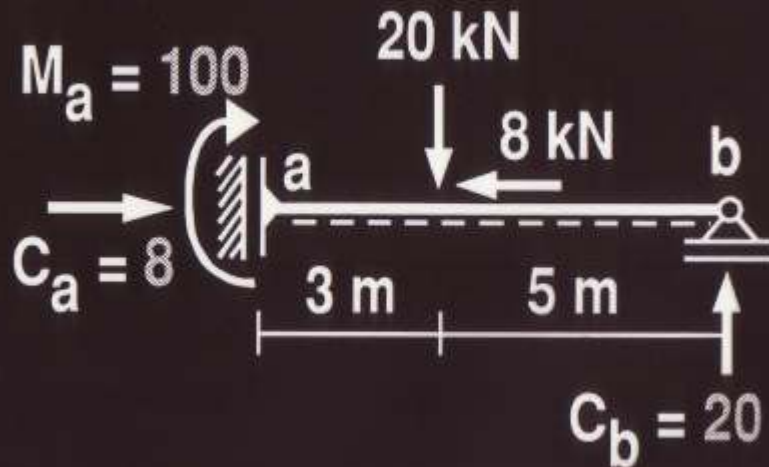
Günstig: am Kragarmende, weil sich dann noch mal automatisch die Stützkräfte ergeben (gute Kontrolle).

7.3 Träger mit gleitender Einspannung



Besonderheit im Punkt "a":
In Richtung der Gleitmöglichkeit kann keine
Stützkraftkomponente aufgenommen werden.

Beispiel



$$\uparrow \Sigma K_V = 0$$

$$C_b - 20 = 0 \rightarrow C_b = 20$$

$$\rightarrow \Sigma K_h = 0$$

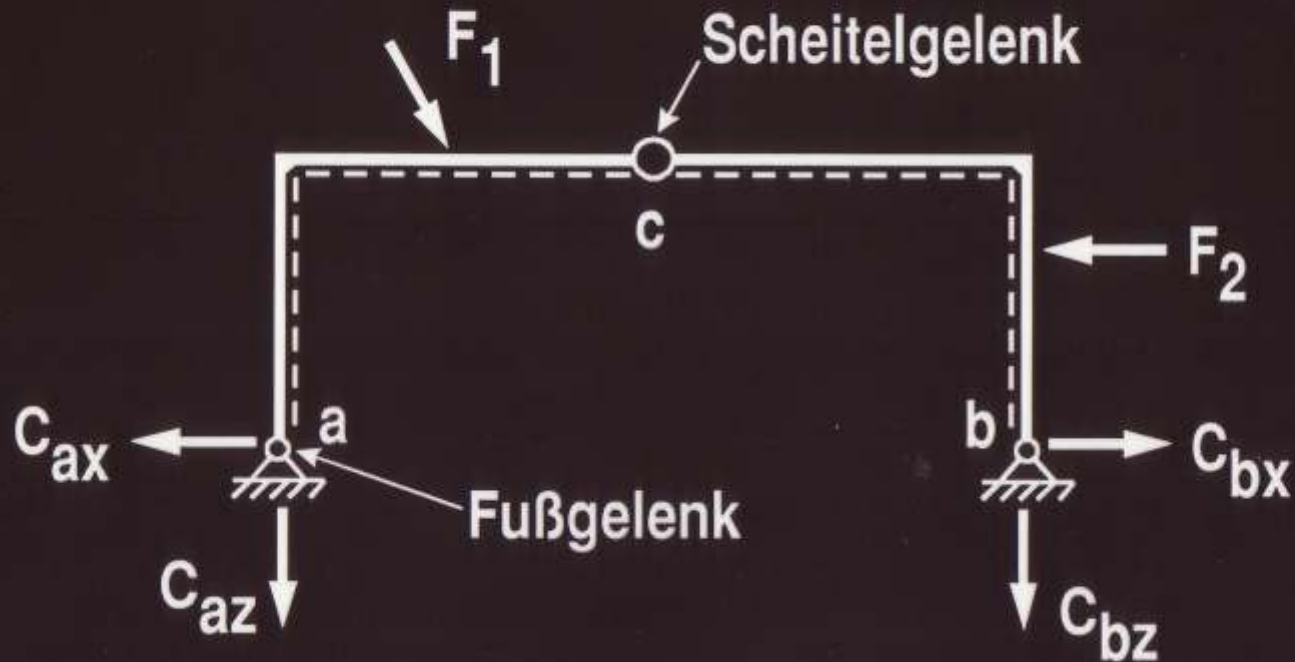
$$C_a - 8 = 0 \rightarrow C_a = 8$$

$$\curvearrowright \Sigma M_{(a)} = 0$$

$$M_a + 20 \cdot 3 - 20 \cdot 8 = 0$$

$$M_a = 100$$

7.4 Dreieigenkrahmen



Besonderheit:
Der Dreieigenkrahmen hat 2 feste Gelenklager.

Bei der Berechnung der Stützkräfte ist i. a. die Bedingung

$$\sum M_{c,li} = 0 \quad \text{oder} \quad \sum M_{c,re} = 0$$

für den linken oder rechten abgeschnittenen Tragwerksteil erforderlich.



Beispiel 1



$$\sum M_b = 0$$

$$C_{az} \cdot 5 - 25 \cdot 3 = 0 \rightarrow C_{az} = 15$$

$$\sum M_a = 0$$

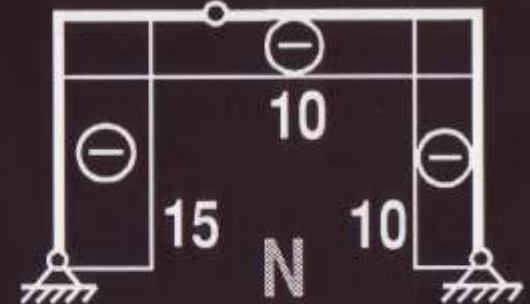
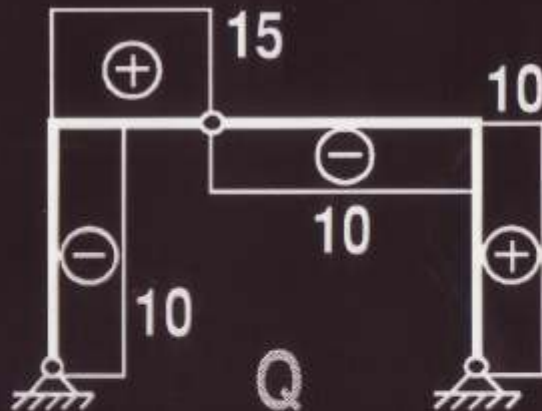
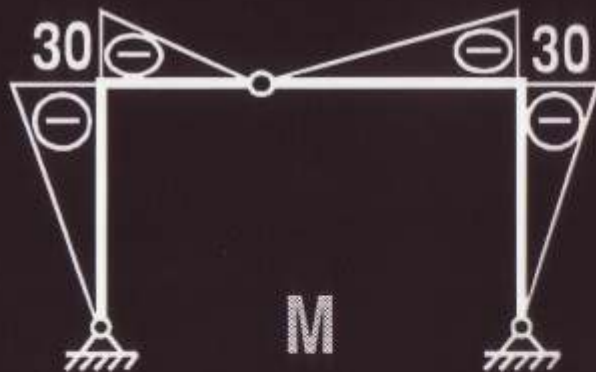
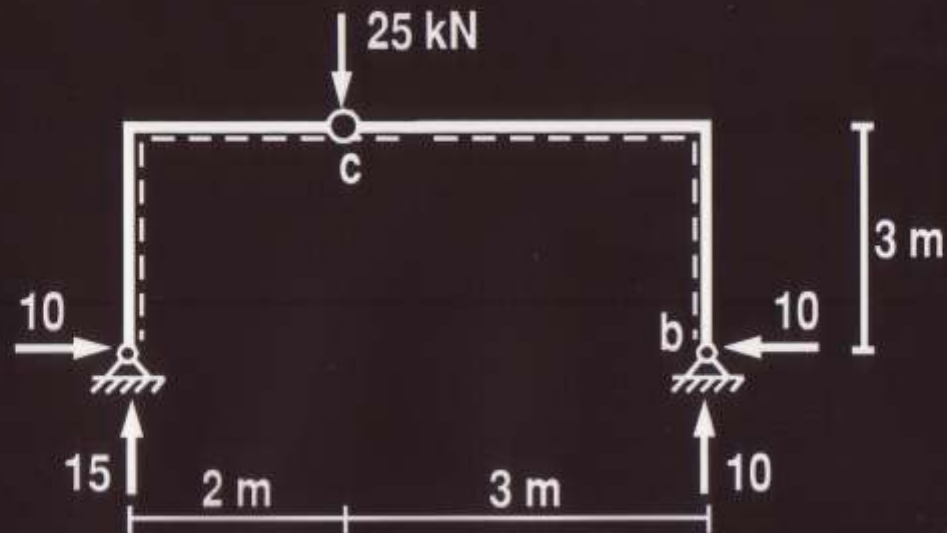
$$C_{bz} \cdot 5 - 25 \cdot 2 = 0 \rightarrow C_{bz} = 10$$

Zur Berechnung der horizontalen Stützkkräfte werden die Momentenbedingungen bezogen auf das Scheitелgelenk "c" verwendet.

$$\sum M_{c,l} = 0 \rightarrow C_{ax} \cdot 3 - \overset{15}{C_{az}} \cdot 2 = 0 \rightarrow C_{ax} = 10$$

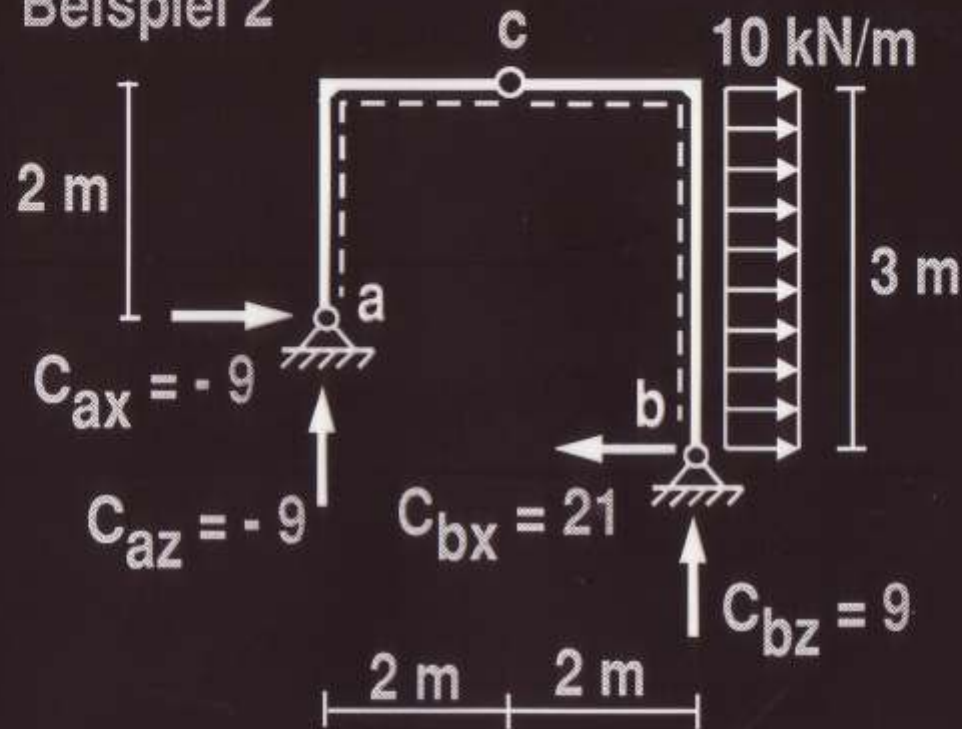
$$\sum M_{c,r} = 0 \rightarrow C_{bx} \cdot 3 - \overset{10}{C_{bz}} \cdot 3 = 0 \rightarrow C_{bx} = 10$$

Kontrolle: $\sum K_x = 0$

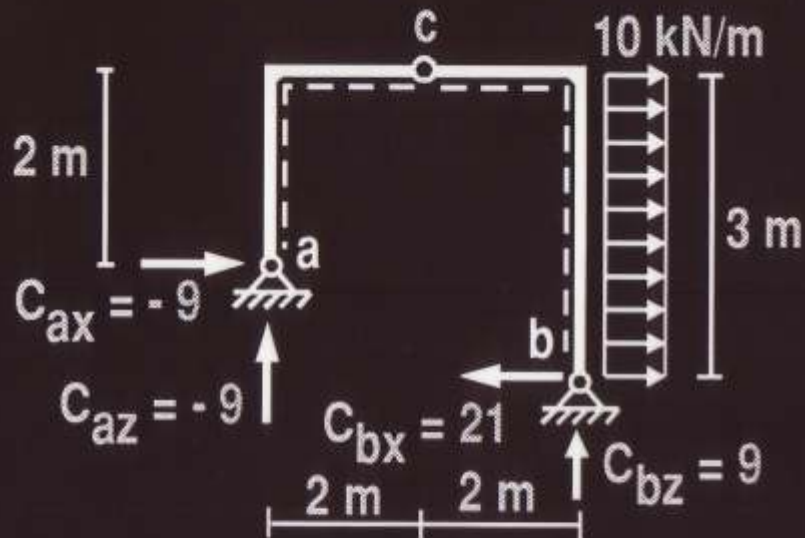


Im Gelenk sind die Momente immer Null !

Beispiel 2



Zur Ermittlung der Stützkräfte beim Dreigelenkrahmen mit verschieden hohen Auflagern sind i. a. zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten zu lösen (Gleichungssystem).



1. Gleichung zur Bestimmung von C_{ax} und C_{az}

$$\sum \vec{M}_b = 0$$

$$C_{az} \cdot 4 + C_{ax} \cdot 1 + 10 \cdot 3 \cdot 1,5 = 0$$

2. Gleichung zur Bestimmung von C_{ax} und C_{az}

$$\sum \vec{M}_{c,li} = 0$$

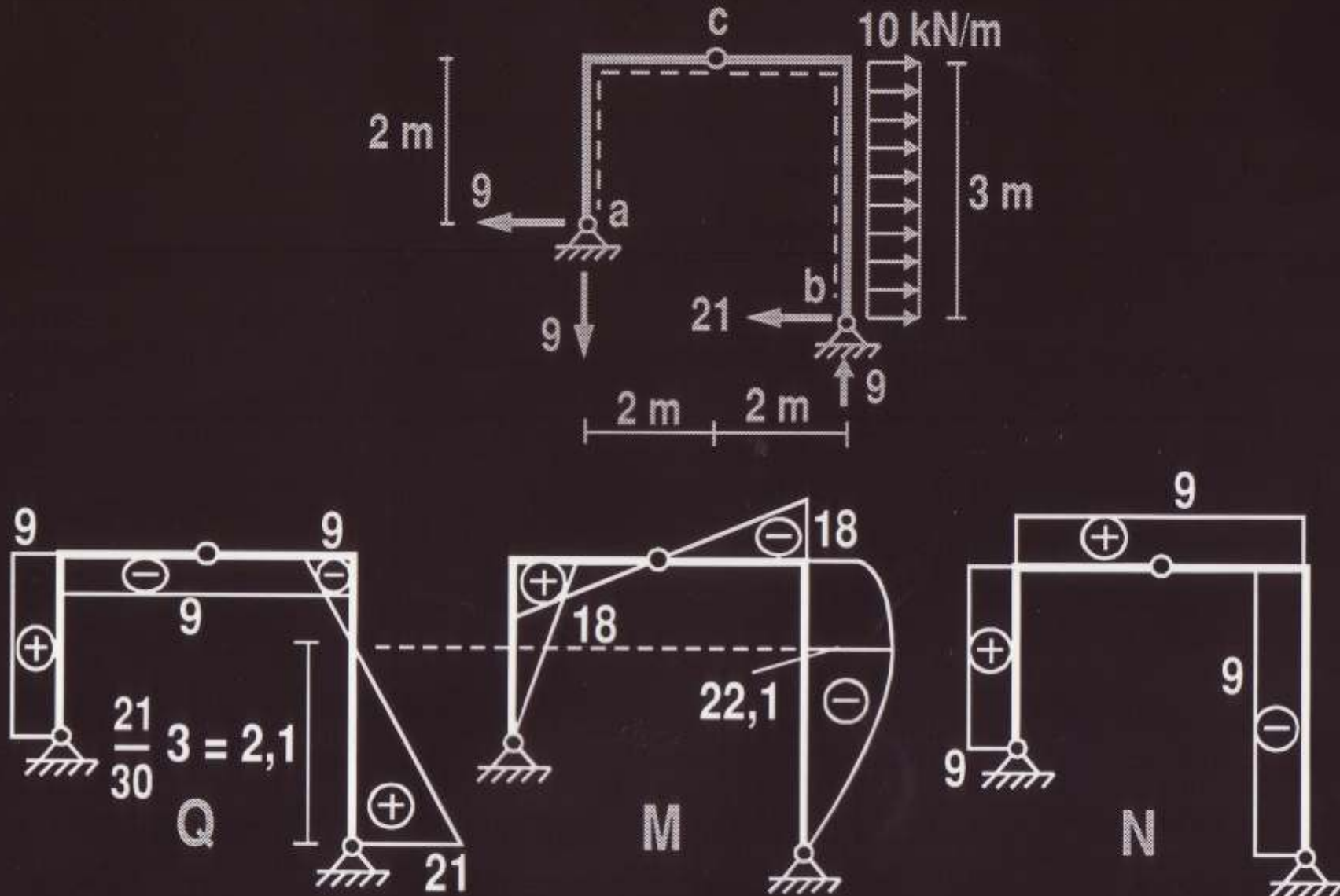
$$C_{az} \cdot 2 - C_{ax} \cdot 2 = 0$$

Lösung des Gleichungssystems:

$$C_{ax} = C_{az} = -9$$

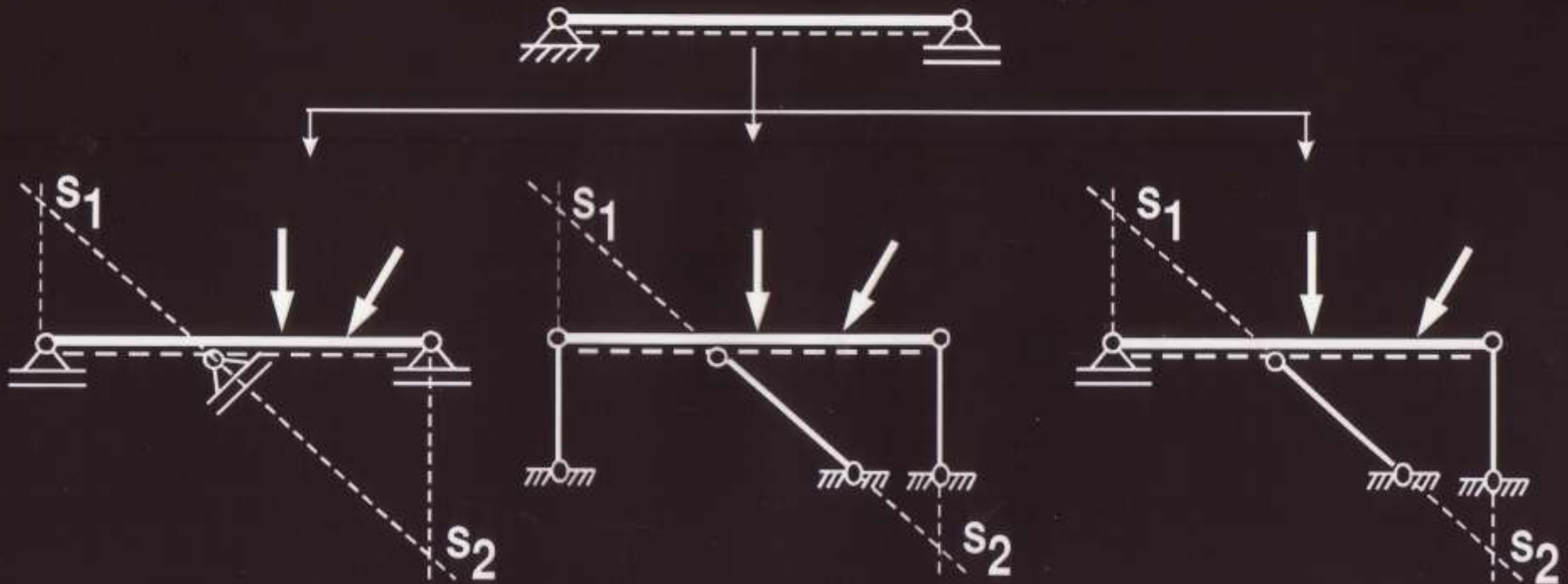
$$\leftarrow \sum K_x = 0 \rightarrow -\overset{-9}{C_{ax}} + C_{bx} - 10 \cdot 3 = 0 \rightarrow C_{bx} = 21$$

$$\uparrow \sum K_z = 0 \rightarrow \overset{-9}{C_{az}} + C_{bz} = 0 \rightarrow C_{bz} = 9$$



$$\max M = - 21 \cdot 2,1 + 10 \cdot 2,1 \cdot 2,1/2 = - 22,1$$

7.5 Balken auf 3 Pendelstützen oder 3 Gleitlagern oder gemischt

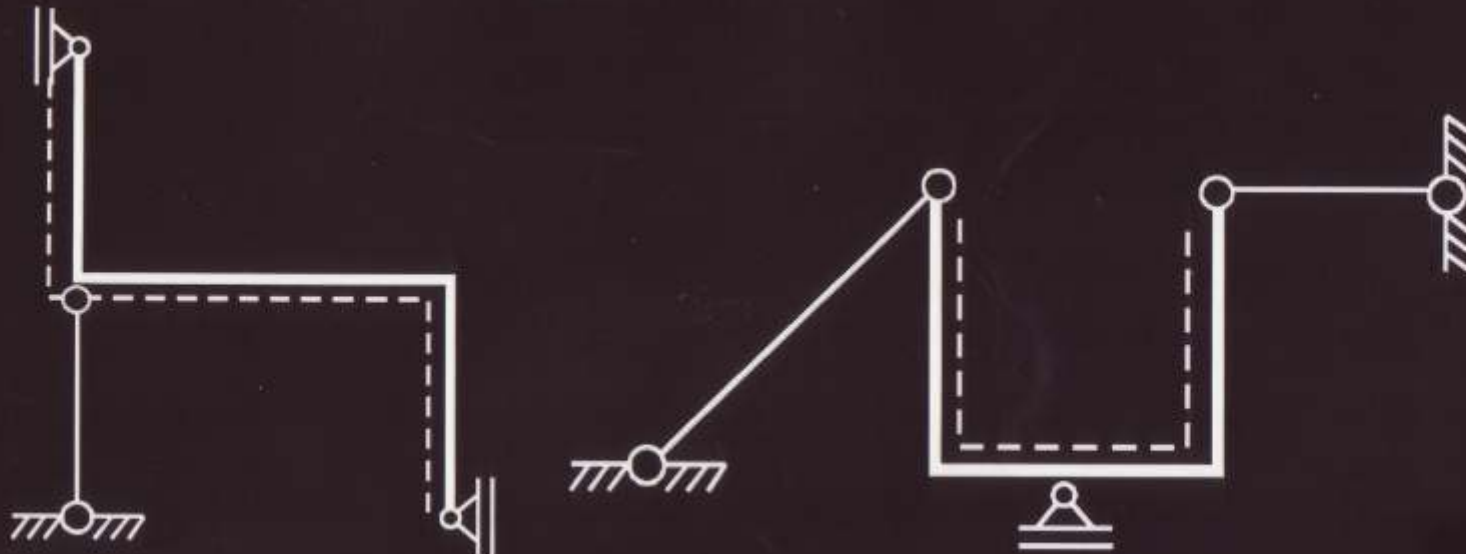


1. Pendelstützen übertragen nur Längskräfte (keine Momente, keine Querkräfte) und haben keine äußere Belastungen. Es sind gerade Stäbe, an beiden Seiten gelenkig angeschlossen.
2. Die Wirkungslinien der 3 Auflagerkräfte dürfen sich nicht in einem Punkt schneiden und auch nicht alle 3 parallel laufen, sonst ist das Tragwerk beweglich (unbrauchbar).
3. Zur Stützkraftberechnung Summe der Momente um den Schnittpunkt zweier Wirkungslinien verwenden (s_1 bzw. s_2).

4. Die Pendelstäbe können in ihrer Wirkung auf den Balken (d. h. zur Berechnung der Schnittkräfte im Balken) durch Gleitlager ersetzt werden.

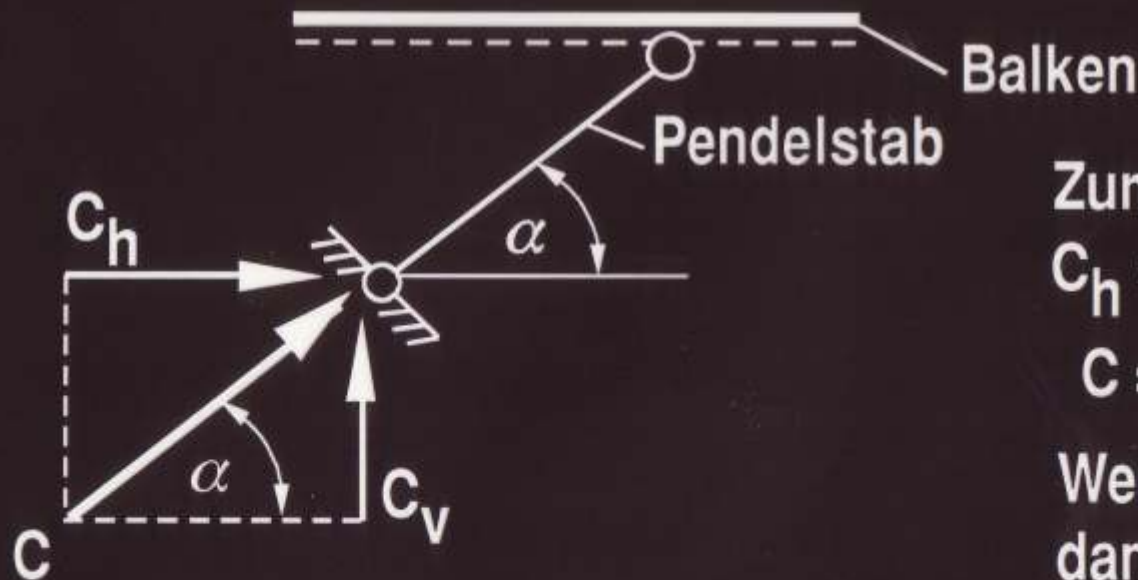


5. Der Balken kann auch geknickt sein.



6. Die Pendelstütze hat nur eine Stützkraft, die in Richtung der Pendelstütze zeigt und in eine horizontale und vertikale Komponente zerlegt werden kann.

Wenn eine einzige Komponente bekannt ist, dann kann man allein über Winkelbeziehungen die andere Komponente und die schräge Stützkraft selbst ausrechnen.



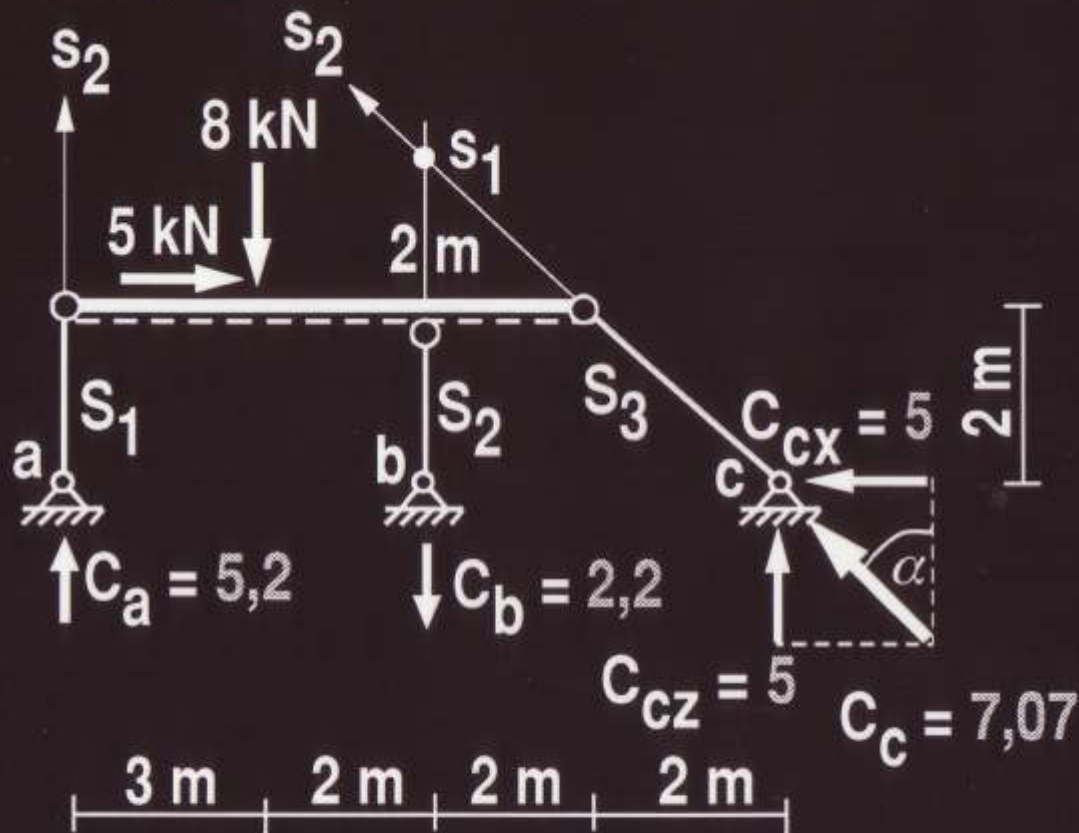
Zum Beispiel bekannt: C_v

$$C_h = C_v / \tan \alpha$$

$$C = C_v / \sin \alpha$$

Wenn man C_v hat,
dann hat man auch
 C_h und C selbst.

Beispiel



$$\sum \vec{M}_{S1} = 0$$

$$C_a \cdot 5 - 8 \cdot 2 - 5 \cdot 2 = 0$$

$$C_a = 5,2$$

$$\sum K_x = 0$$

$$C_{cx} - 5 = 0 \rightarrow C_{cx} = 5$$

$$\sin \alpha = C_{cx} / C_c$$

$$C_c = 5 / 0,71 = 7,07$$

$$\tan \alpha = C_{cx} / C_{cz}$$

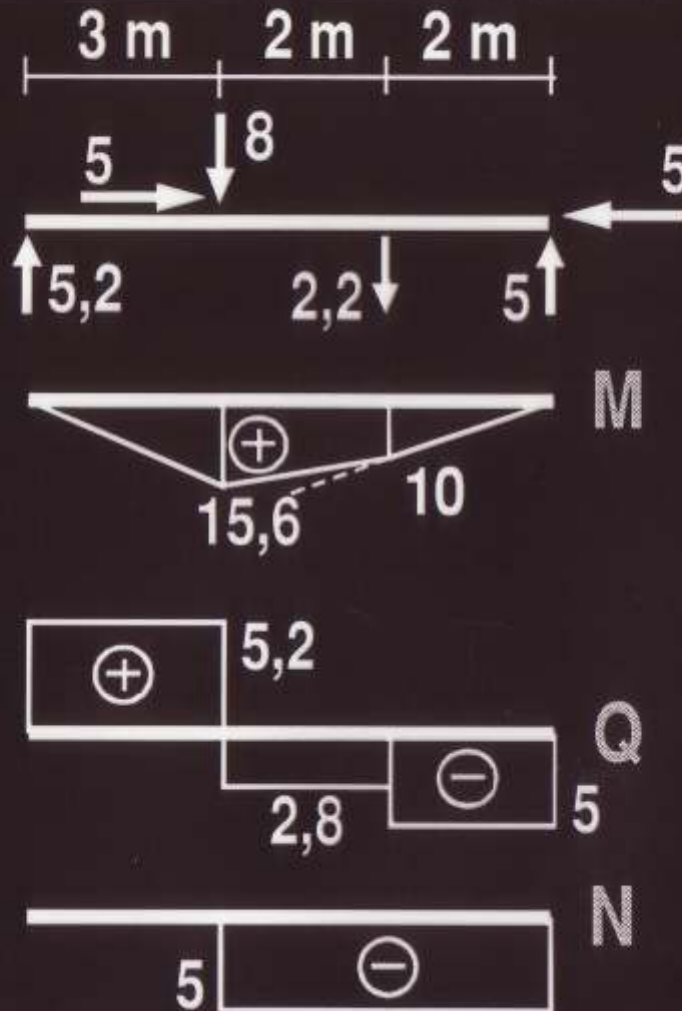
$$C_{cz} = 5 / 1,00 = 5$$

$$\downarrow \sum K_z = 0 \rightarrow C_b - 5,2 + 8 - 5 = 0 \rightarrow C_b = 2,2$$

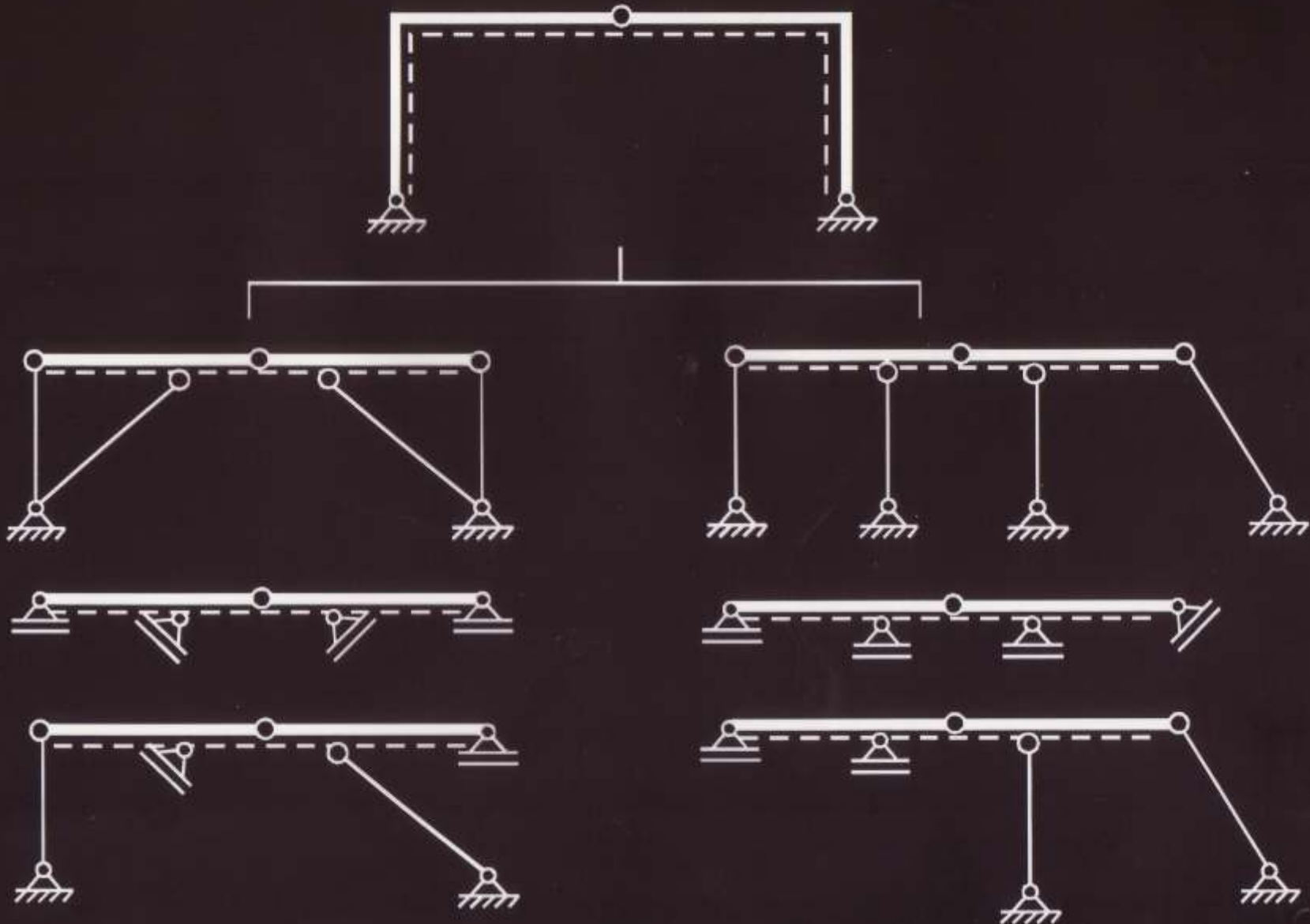
Statt der N-Fläche in den Pendelstäben gibt man die Stabkräfte an:

$$S_1 = - 5,2 ; S_2 = 2,2 ; S_3 = - 7,07$$

statisches Ersatzsystem für den Balken
(muss im Gleichgewicht sein)

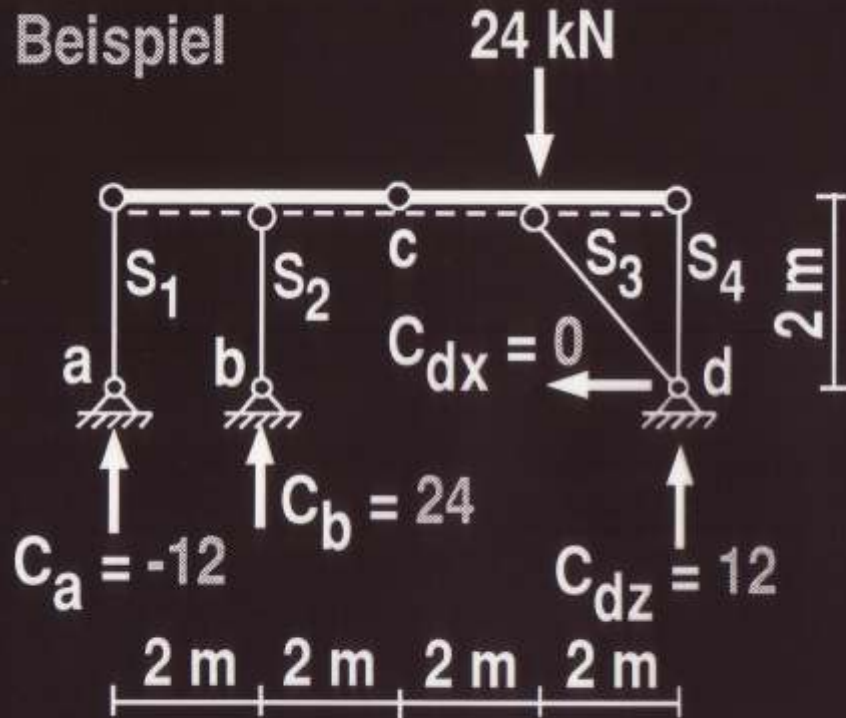


7.6 Dreigelenkrahmen auf 4 Pendelstützen



1. Die 4 Pendelstützen dürfen nicht alle parallel laufen und ihre Stabachsen dürfen sich nicht alle in einem Punkt schneiden, sonst ist das Tragwerk beweglich (unbrauchbar).
2. Zur Berechnung der Stützkräfte Summe der Momente um den Schnittpunkt jeweils zweier Stabachsen verwenden.

Beispiel



$$\Sigma K_x = 0 \rightarrow C_{dx} = 0$$

1. Gleichung für C_a und C_b

$$\sum M_{c,li} = 0 \rightarrow C_b \cdot 2 + C_a \cdot 4 = 0$$

2. Gleichung für C_a und C_b

$$\sum \vec{M}_d = 0 \text{ (Schnittpunkt } S_3 \text{ und } S_4)$$

$$C_b \cdot 6 + C_a \cdot 8 - 24 \cdot 2 = 0$$

Lösung des Gleichungssystems:

$$C_a = -12, C_b = 24$$

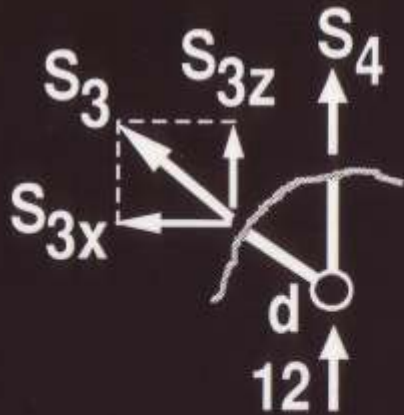
$$\sum M_{c,r} = 0$$

$$C_{dz} \cdot 4 - 24 \cdot 2 = 0 \rightarrow C_{dz} = 12$$

Stabkräfte

$$S_1 = 12 ; S_2 = -24$$

Rundschnitt am Knoten "d"



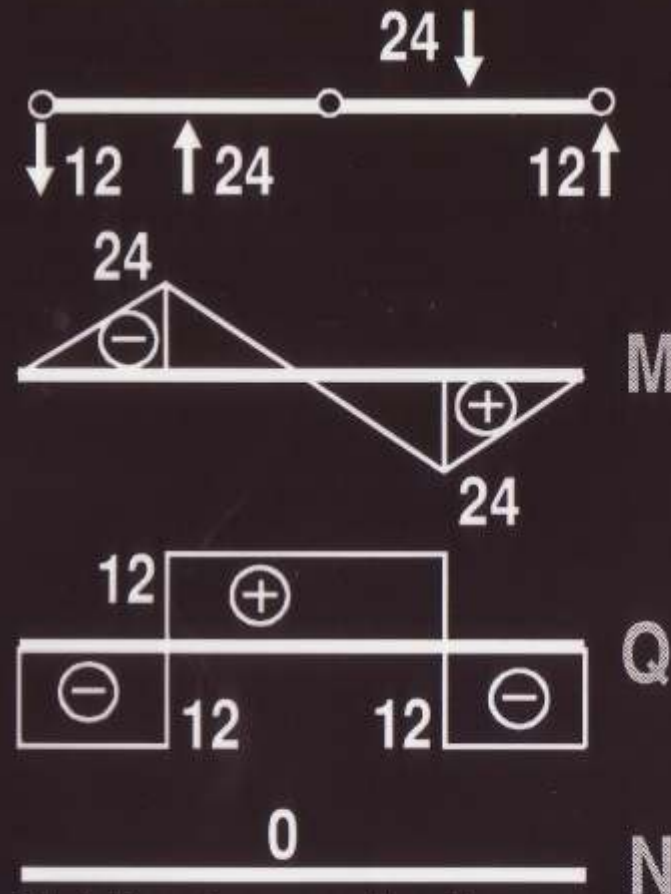
$$\Sigma K_x = 0 \rightarrow S_{3x} = 0$$

$$\rightarrow S_{3z} = 0$$

$$\rightarrow S_3 = 0$$

$$\Sigma K_z = 0 \rightarrow S_4 = -12$$

Statisches Ersatzsystem
für den biegesteifen
Tragwerksteil (muss im
Gleichgewicht sein)



N könnte man in diesem
Fall auch weglassen