Diethard Thieme

Skripte
zur Baumechanik

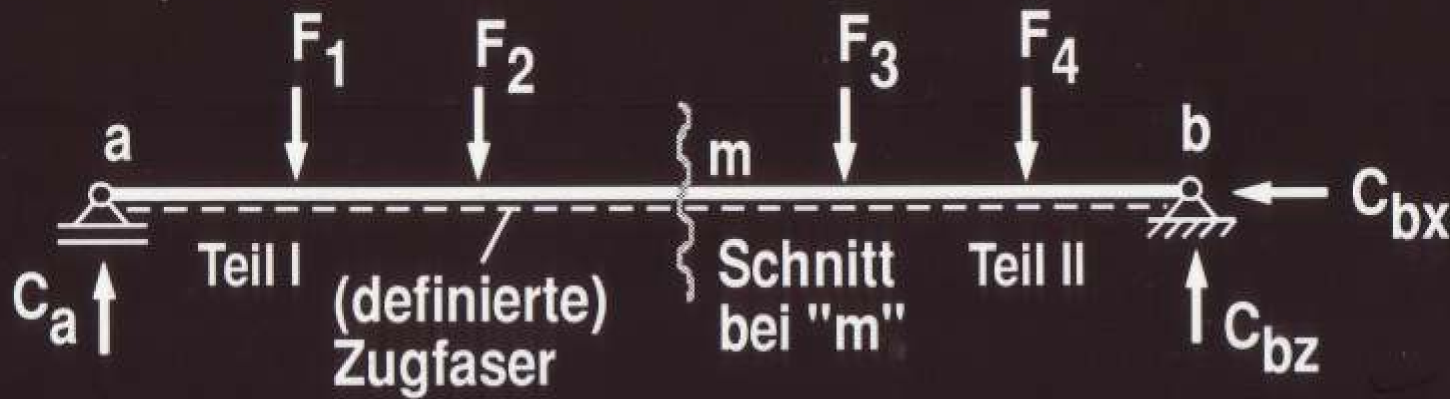
Stabtragwerke

BM 06

DIADEM-HETHITER-VERLAG.DE

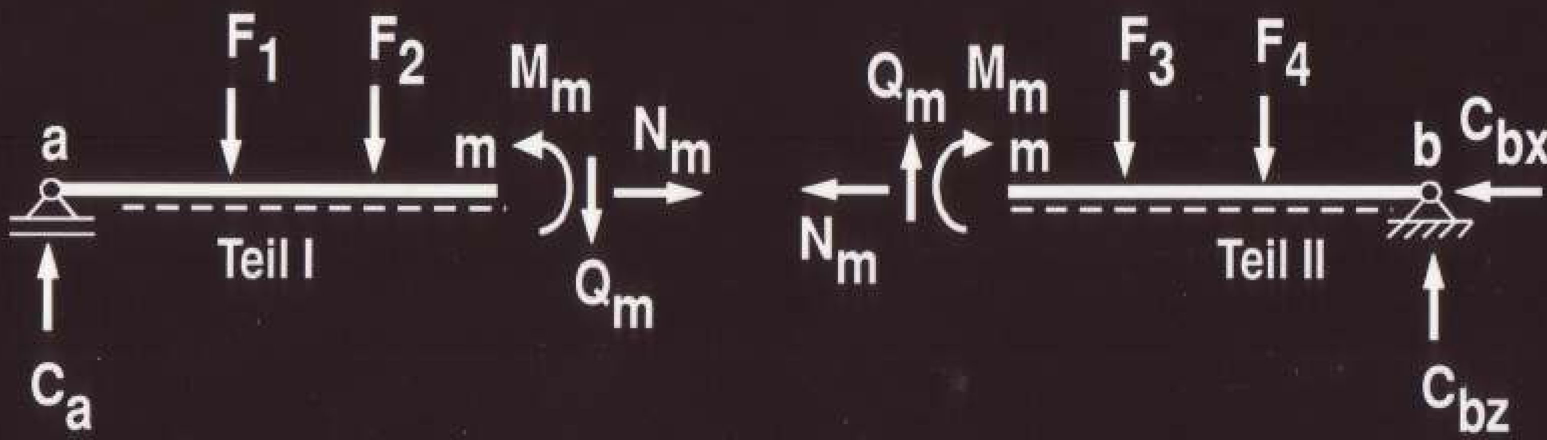
6 Berechnung von Schnittkräften am Balken (Schnittprinzip)

6.1 Biegemoment, Querkraft und Längskraft



Die beiden Teile in Gedanken auseinander schieben.

Die beiden Teile in Gedanken auseinander schieben



N_m, Q_m, M_m = Schnittkräfte bei "m" = Innere Kräfte =

(im Unterschied zu äußeren Kräften: Lasten und Stützkräfte)

Gleichgewichtskräfte für Stabteil a - m bzw. Stabteil m - b

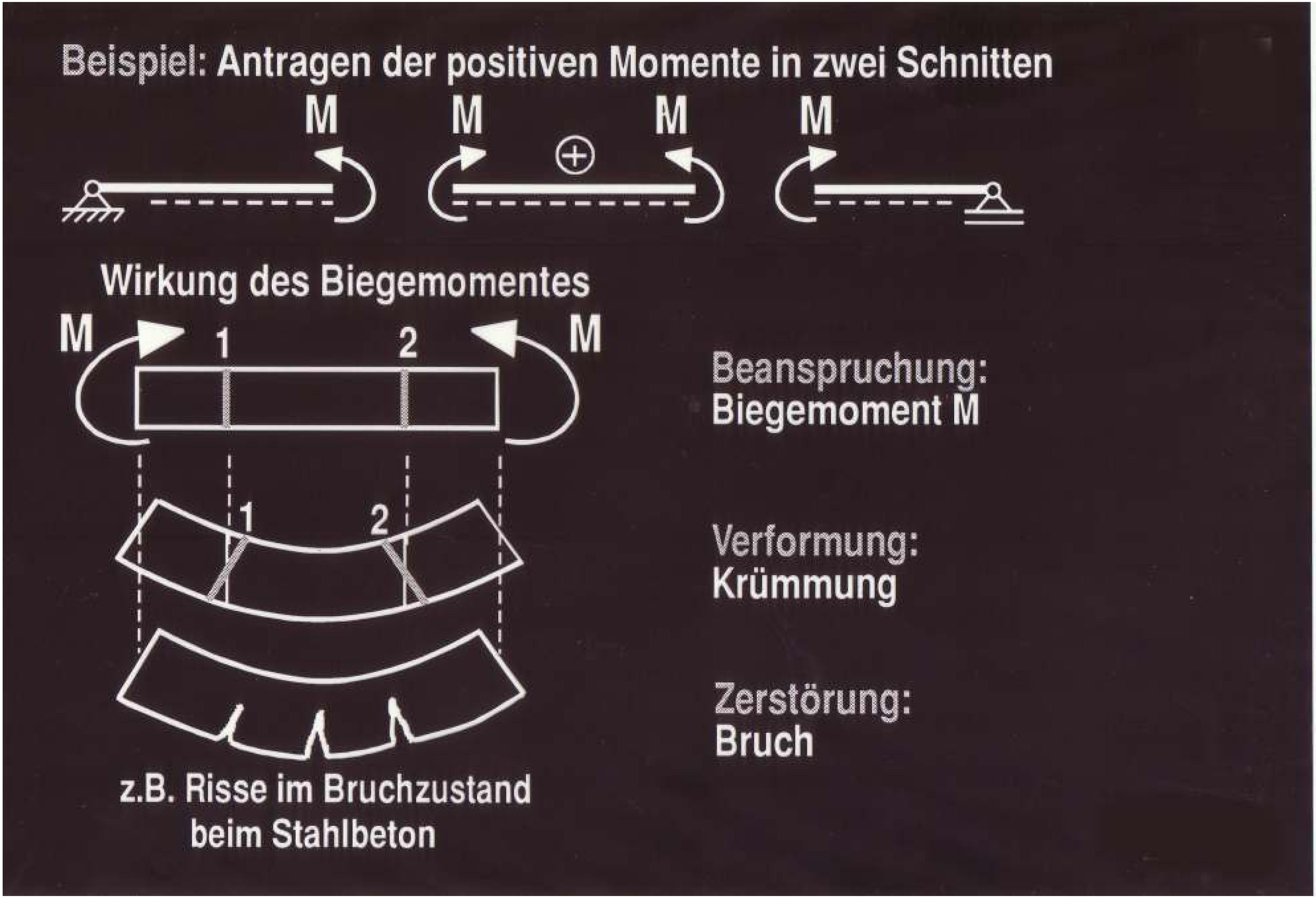
6.1.1 Biegemoment

M_m = Biegemoment bei "m"

Vorzeichen

M = positiv, wenn die gestrichelte Randfaser gezogen wird.
Die gestrichelte Linie kann willkürlich nach oben oder unten gelegt werden. Die gestrichelte Linie heißt (definierte) Zugfaser.

Üblich: beim waagerechten Balken unten (aber auch oben möglich).


Beispiel: Antragen der positiven Momente in zwei Schnitten
M
M
M
M
⊕
Wirkung des Biegemomentes
M
1
2
M
1
2
z.B. Risse im Bruchzustand
beim Stahlbeton
Beanspruchung:
Biegemoment M
Verformung:
Krümmung
Zerstörung:
Bruch

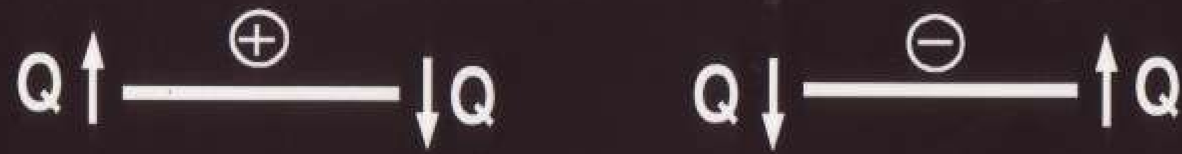
6.1.2 Querkraft

Q_m = Querkraft bei "m"

Vorzeichen

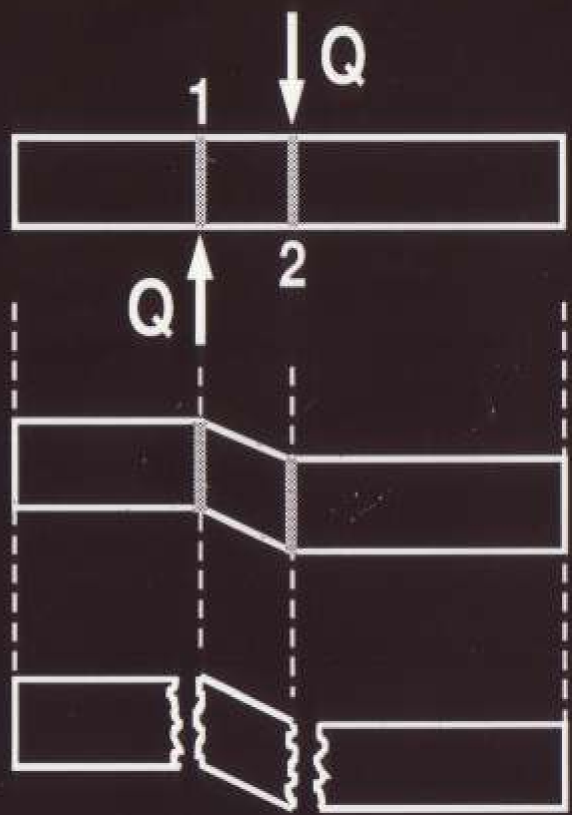
Q = positiv, wenn sie bei einem waagerechten Stab am linken Stabende nach oben oder am rechten Stabende nach unten gerichtet ist.

Die Lage der Zugfaser spielt keine Rolle.



Beispiel: Antragen der positiven Querkräfte in zwei Schnitten

Wirkung der Querkraft



Beanspruchung:
Schub durch
Querkraft Q

Verformung:
Kröpfung

Zerstörung:
Abscheren

6.1.3 Längskraft

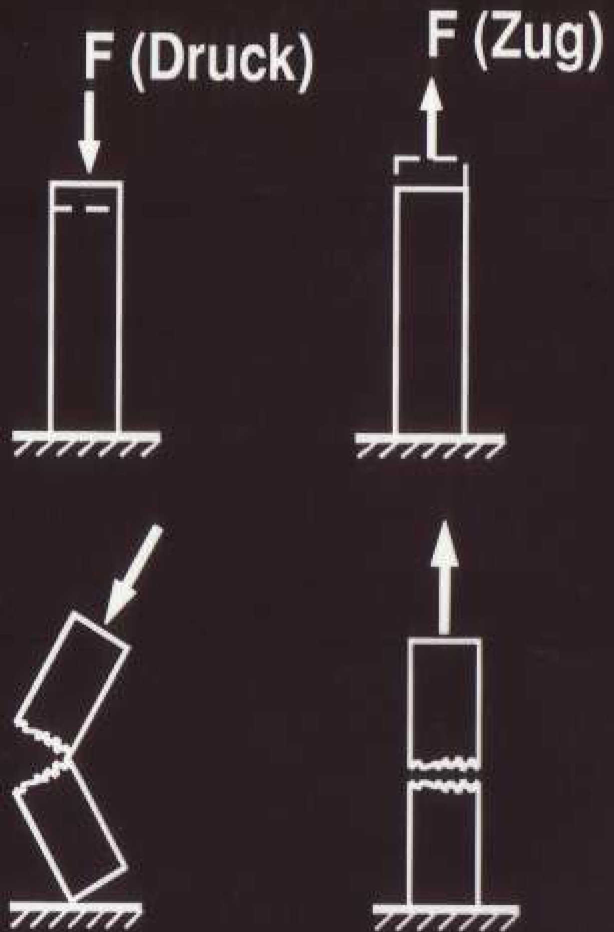
N_m = Längskraft bei "m"

Vorzeichen

N = positiv als Zugkraft, negativ als Druckkraft.
Die Lage der Zugfaser spielt keine Rolle.

Beispiel: Antragen der positiven Längskräfte in zwei Schnitten

Wirkung der Längskraft

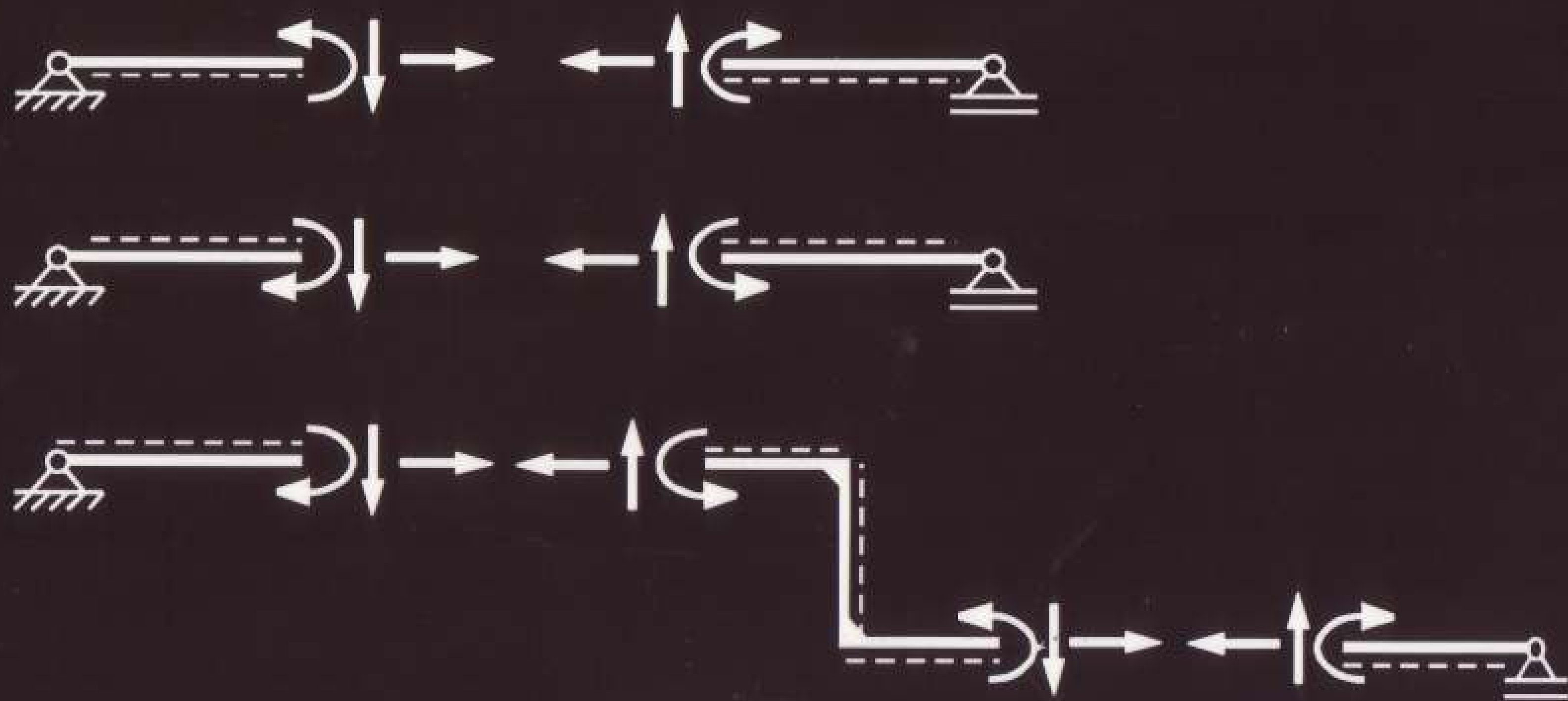


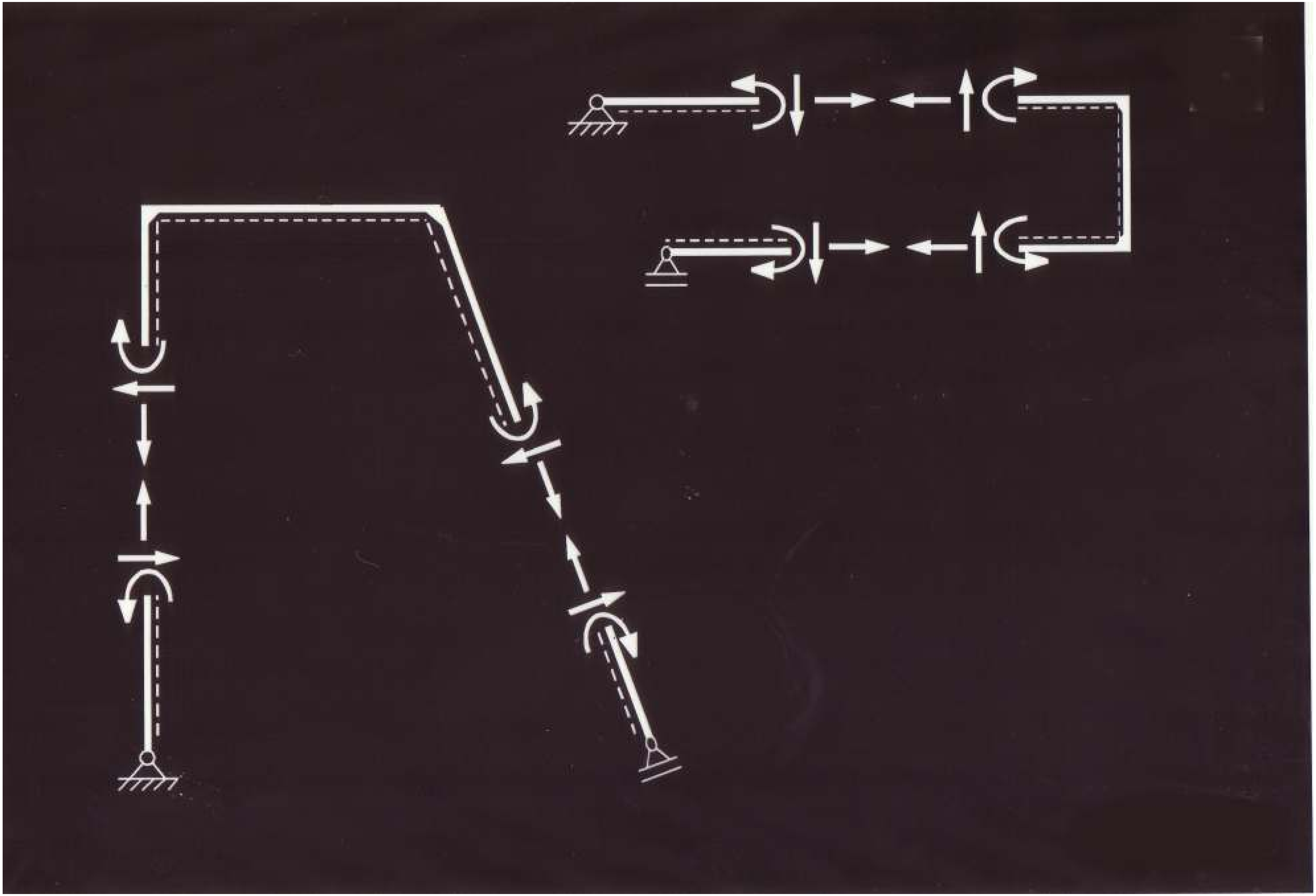
Beanspruchung:
Zug oder Druck
durch Längskraft F

Verformung:
Stauchung oder
Dehnung

Zerstörung:
Ausknicken oder
Zerreißen

Beispiele
Positive Definitionen der Schnittkräfte ansetzen



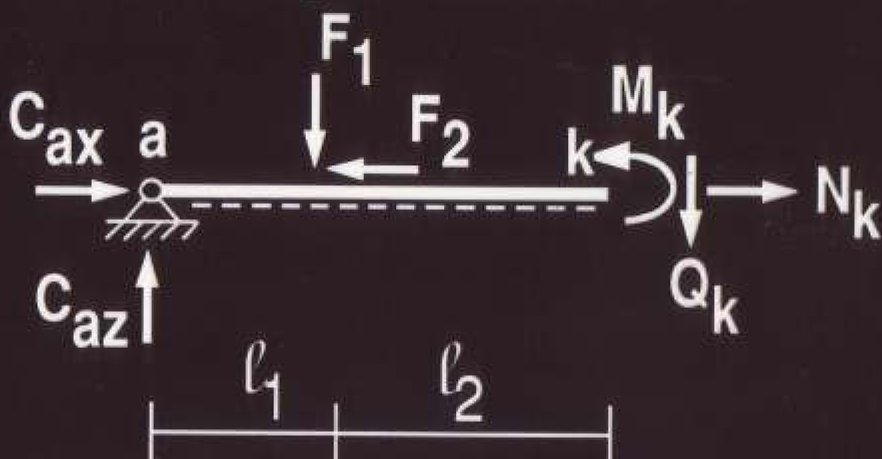


6.1.4 Berechnung der Schnittkräfte

Stützkräfte bereits berechnet.

gesucht: Schnittkräfte im Punkt "k": M_k, Q_k, N_k

Betrachtung am Stabteil a - k



pos. Def. ansetzen !

Freimachungsprozess (nur vorstellen, nicht zeichnen)

Gleichgewichtsbedingungen

$$\overrightarrow{\Sigma K_x = 0} \longrightarrow \quad C_{ax} - F_2 + N_k = 0 \longrightarrow \quad N_k = \ldots$$

$$\downarrow \Sigma K_z = 0 \longrightarrow \quad - C_{az} + F_1 + Q_k = 0 \longrightarrow \quad Q_k = \ldots$$

$$\curvearrowleft \Sigma M_{(k)} = 0 \longrightarrow \quad - C_{az} (\ell_1 + \ell_2) + F_1 \cdot \ell_2 + M_k = 0$$

$$M_k = \ldots$$

Betrachtung am Stabteil k - b

pos. Def.
ansetzen

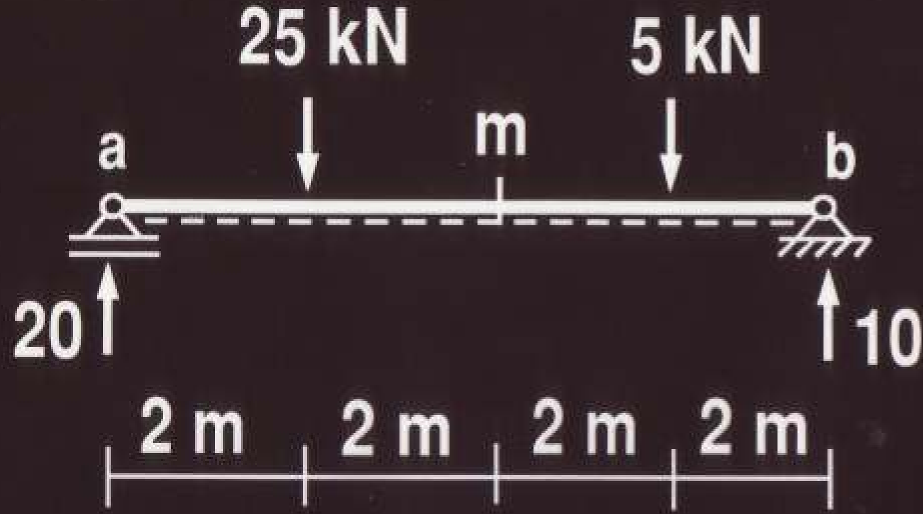
Gleichgewichtsbedingungen

$$\overleftarrow{\Sigma K_x} = 0 \longrightarrow \quad N_k + 0 = 0 \longrightarrow \quad N_k = \ldots$$

$$\uparrow \Sigma K_z = 0 \longrightarrow \quad Q_k + C_b = 0 \longrightarrow \quad Q_k = \ldots$$

$$\curvearrowright \Sigma M_{(k)} = 0 \longrightarrow \quad M_k - C_b \cdot \ell_3 = 0 \longrightarrow \quad M_k = \ldots$$

Beispiel

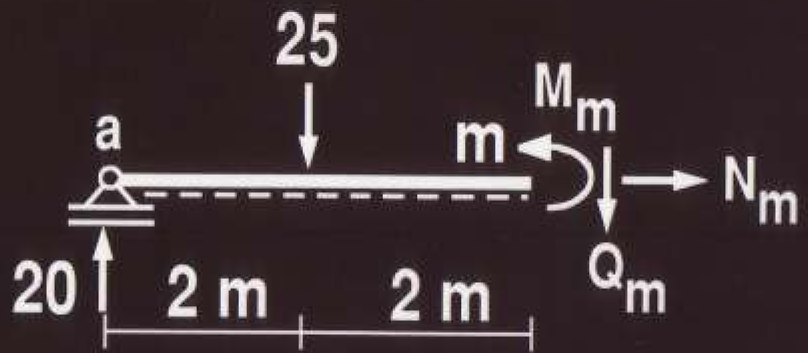


Stützkräfte bereits berechnet.

gesucht: Schnittkräfte im Punkt "m":

M_m , Q_m ,N_m

Betrachtung am Stabteil a - m



pos. Def. ansetzen !

Gleichgewichtsbedingungen

$$\curvearrowleft \Sigma M_{(m)} = 0 \longrightarrow M_m - 20 \cdot 4 + 25 \cdot 2 = 0$$

$$M_m = 20 \cdot 4 - 25 \cdot 2 = 30$$

$$\downarrow \Sigma K_z = 0 \longrightarrow Q_m - 20 + 25 = 0$$

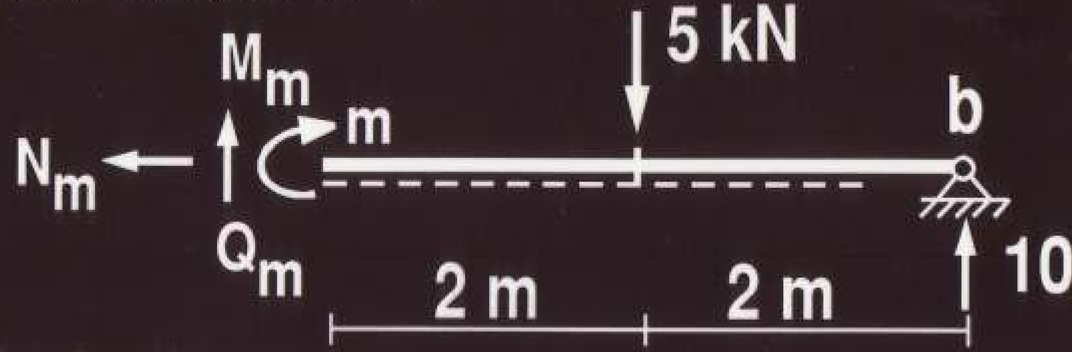
$$Q_m = 20 - 25 = -5$$

$$\overrightarrow{\Sigma K_x} = 0 \longrightarrow N_m + 0 = 0 \longrightarrow N_m = 0$$

Die <u>umgestellten</u> Gleichgewichtsbedingungen brauchen wir im nächsten Abschnitt 6.1.5.

Betrachtung am Stabteil m - b

pos. Def. ansetzen



Gleichgewichtsbedingungen

$$\curvearrowright \Sigma M_{(m)} = 0 \longrightarrow M_m + 5 \cdot 2 - 10 \cdot 4 = 0$$

$$M_m = 10 \cdot 4 - 5 \cdot 2 = 30$$

$$\uparrow \Sigma K_z = 0 \longrightarrow Q_m - 5 + 10 = 0$$

$$Q_m = 5 - 10 = -5$$

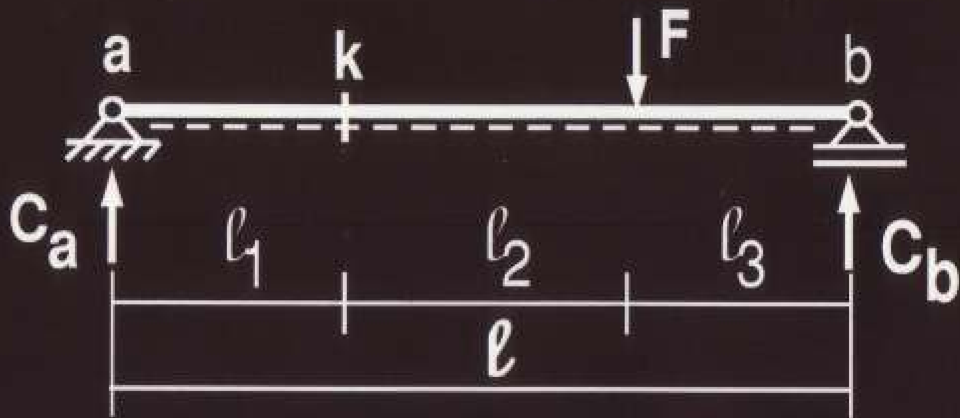
$$\overleftarrow{\Sigma} K_x = 0 \longrightarrow N_m + 0 = 0 \longrightarrow N_m = 0$$

Die <u>umgestellten</u> Gleichgewichtsbedingungen brauchen wir im nächsten Abschnitt 6.1.5.

Die Schnittkräfte M_m , Q_m und N_m können entweder am linken Stabteil a - m oder am rechten Stabteil m - b berechnet werden.

Die Ergebnisse aus beiden Berechnungen müssen gleich sein (hervorragende Kontrollmöglichkeit) !

6.1.5 Verkürzte Berechnung der Schnittkräfte (Kniff)



a. Stützkräfte

Der pos. Richtungssinn der Stützkräfte muss <u>vor</u> der Berechnung frei gewählt werden: Pfeile einzeichnen !

$$C_a = \frac{1}{\ell} \cdot F \cdot \ell_3$$

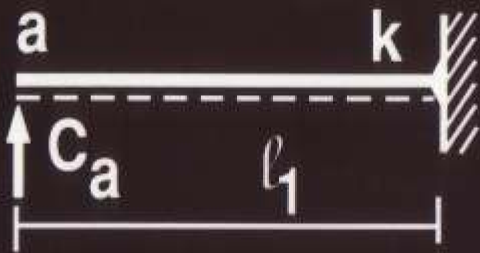
$$C_b = \frac{1}{\ell} \cdot F (\ell_1 + \ell_2)$$

ausführlich

$$C_a \cdot \ell - F \cdot \ell_3 = 0$$

b. Moment M_k

Betrachtung links von "k"



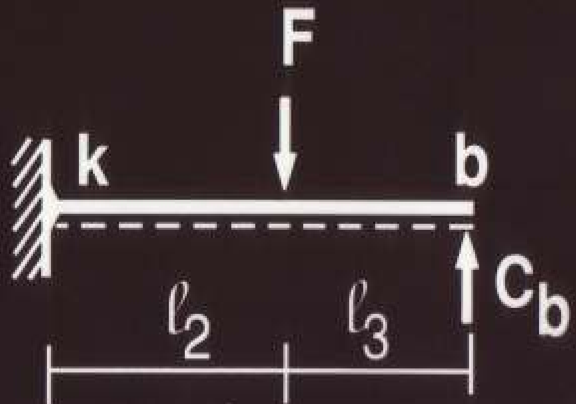
Man denkt sich den Träger im Punkt "k" fest eingespannt.
(nur vorstellen ! Nicht zeichnen !)

M_k = Kraft C_a * Hebelarm von C_a bis "k"

Vorzeichen: Wenn die Kraft C_a den in "k" eingespannten Träger so verbiegen will, dass die (definierte) Zugzone gezogen wird, dann ist der Momentenanteil aus C_a positiv.

$M_k = + C_a \cdot \ell_1$ ausführlich: $C_a \cdot \ell_1 - M_k = 0$

Betrachtung rechts von "k"



Man denkt sich den Träger im Punkt "k" fest eingespannt.
(nur vorstellen ! Nicht zeichnen !)

$$M_k = C_b\,(\ell_2 + \ell_3) - F \cdot \ell_2$$

Es gilt: $M_{k,\text{von links}} = M_{k,\text{von rechts}}$ (Zahl und Vorzeichen)

c. Querkraft Q_k

Betrachtung links von "k"

Alle Kräfte, die links von "k" nach oben wirken, liefern einen positiven Anteil für die Querkraft in "k".

$$Q_k = C_a$$

Betrachtung rechts von "k"

Alle Kräfte, die rechts von "k" nach unten wirken, liefern einen positiven Anteil für die Querkraft in "k".

$$Q_k = F - C_b$$

Es gilt: $Q_{k,\text{von links}} = Q_{k,\text{von rechts}}$ (Zahl und Vorzeichen)

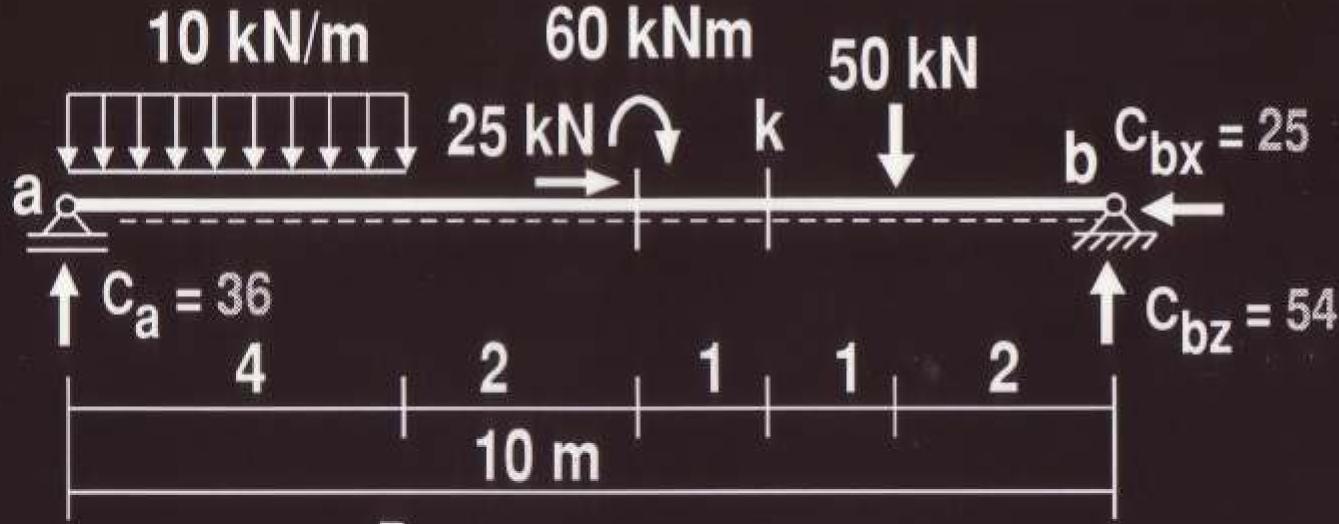
d. Längskraft N_k

Man denkt sich den Stabteil in "k" festgehalten
(z. B. fest eingespannt).

Alle Kräfte, die den Stabteil aus der Halterung
herausziehen wollen, ergeben einen positiven
Anteil für die Längskraft im Punkt "k"
(Betrachtung links oder rechts von "k").

Beispiel (verkürzte Berechnung)

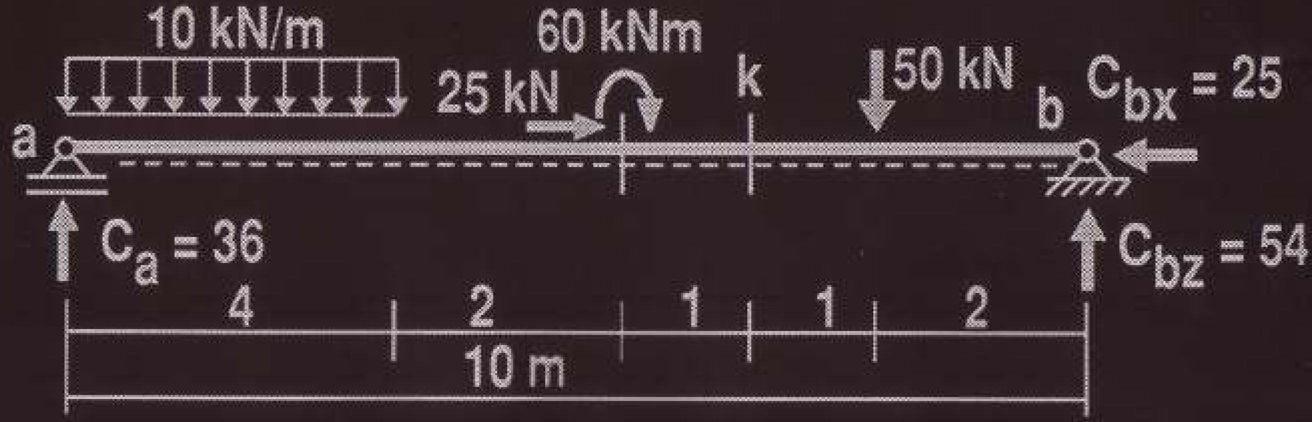
ges. : Stützkräfte , M_k , Q_k , N_k



$$C_a = \frac{1}{10} \left(\overbrace{10 \cdot 4}^{R} \cdot 8 - 60 + 50 \cdot 2 \right) = 360/10 = 36$$

$$C_{bz} = \frac{1}{10} \left(\overbrace{10 \cdot 4}^{R} \cdot 2 + 60 + 50 \cdot 8 \right) = 540/10 = 54$$

$$C_{bx} = 25$$



von links: $M_k = 36 \cdot 7 - 10 \cdot 4 \cdot 5 + 60 = 112$

von rechts: $M_k = 54 \cdot 3 - 50 \cdot 1 = 112$

von links: $Q_k = 36 - 10 \cdot 4 = -4$

von rechts: $Q_k = -54 + 50 = -4$

von links: $N_k = -25$

von rechts: $N_k = -25$