



Diethard Thieme
Skripte
zur Baumechanik

Stabtragwerke

BM 05

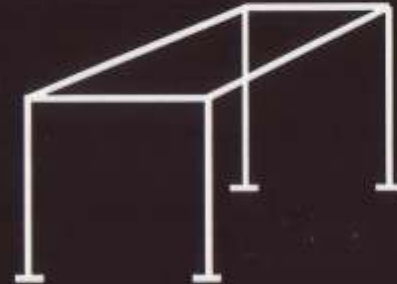
4 Kriterium der statischen Bestimmtheit

4.1 Stabtragwerke mit biegesteifen Stäben

Beschränkung auf ebene Stabtragwerke



ebenes Stabtragwerk



räumliches Stabtragwerk

a. Tragwerke mit mehreren starren Scheiben

n = Anzahl der Scheiben

3 = Anzahl der Gleichgewichtsbedingungen je Scheibe

$3n$ = Anz. der Gleichgewichtsbedingungen insgesamt

Unbekannte der Berechnung:

Stützkräfte t

Verbindungskräfte v

} $v + t$ = Gesamtanzahl der Unbekannten

$v + t = 3n$ statisch bestimmtes Tragwerk
(Die Gleichgewichtsbedingungen allein
genügen zur Berechnung von v und t)

$v + t < 3n$ beweglich, kein Tragwerk

$v + t > 3n$ statisch unbestimmtes Tragwerk
(Die Gleichgewichtsbedingungen allein
genügen nicht zur Berechnung von v und t)

$v + t = 3n + 1$ 1-fach statisch unbestimmtes System

$v + t = 3n + u$ u -fach statisch unbestimmtes System

Beispiel 1



$$v = 4$$

$$t = 5$$

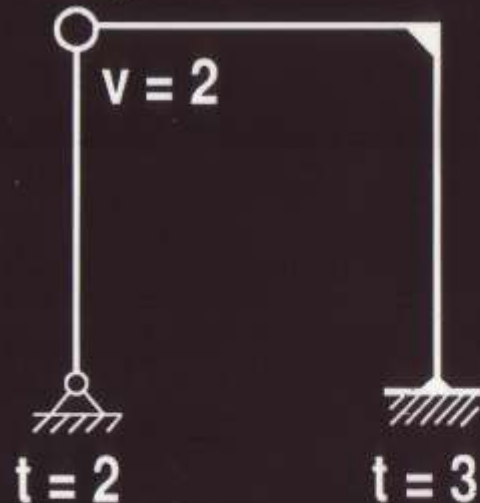
$$n = 3$$

$$v + t = 3n$$

$$4 + 5 = 3 \cdot 3$$

statisch bestimmt

Beispiel 2



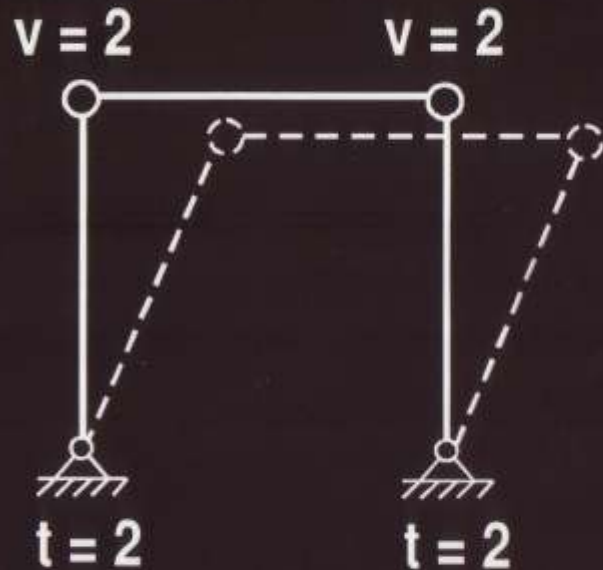
$$\left. \begin{array}{l} v = 2 \\ t = 5 \\ n = 2 \end{array} \right\}$$

$$v + t = 3n + u$$

$$2 + 5 = 3 \cdot 2 + 1$$

1-fach statisch unbestimmt

Beispiel 3



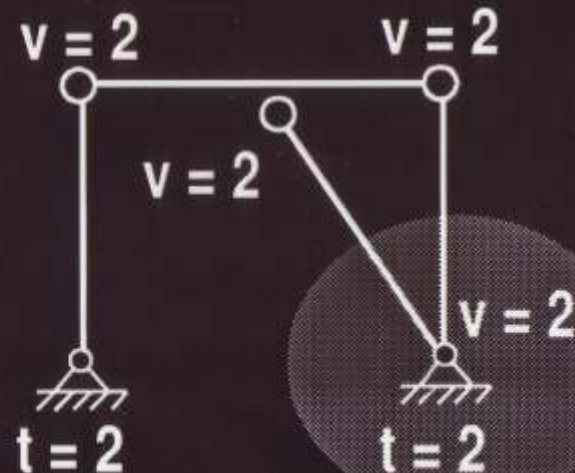
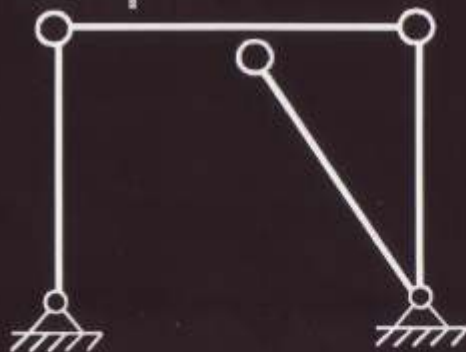
$$\left. \begin{array}{l} v = 4 \\ t = 4 \\ n = 3 \end{array} \right\}$$

$$v + t = 3n$$

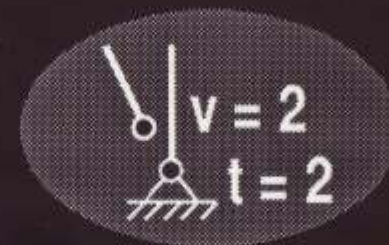
$$8 < 3 \cdot 3$$

beweglich,
kein Tragwerk

Beispiel 4



$$\begin{array}{l} v = 8 \\ t = 4 \\ n = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{statisch} \\ \text{bestimmt} \end{array}$$



b. Anzahl der unbekannten Verbindungskräfte beim Anschluß mehrer Stäbe am Gelenkknoten



n = Anzahl der Stäbe, die am Knoten angeschlossen sind

v = Anzahl der gesuchten unbekannten Verbindungskräfte insgesamt

$$v = 2n - 2 = 2(n - 1)$$

Anzahl der Gleichgewichtsbedingungen an einem Gelenkknoten: $\sum V = 0, \sum H = 0$

Anzahl der unbekannten Verbindungskräfte beim Anschluß eines Stabes an den Knoten

Beispiele



$$n = 5$$

$$v = 2(5 - 1) = 8$$



$$n = 2$$

$$v = 2(2 - 1) = 2$$

4.2 Fachwerke

Alle Stäbe sind gelenkig an den Knoten angeschlossen.
In jedem Stab gibt es nur eine Stabkraft.

Am Knoten 2 Gleichgewichtsbedingungen : $\sum K_h = 0$, $\sum K_v = 0$.

Unbekannte Größen: Stützkkräfte t

Stabkräfte s = Anzahl der Stäbe

Anzahl der Knoten : k

Anzahl der insgesamt zur Verfügung stehenden
Gleichgewichtsbedingungen : $2k$

Abzählformel

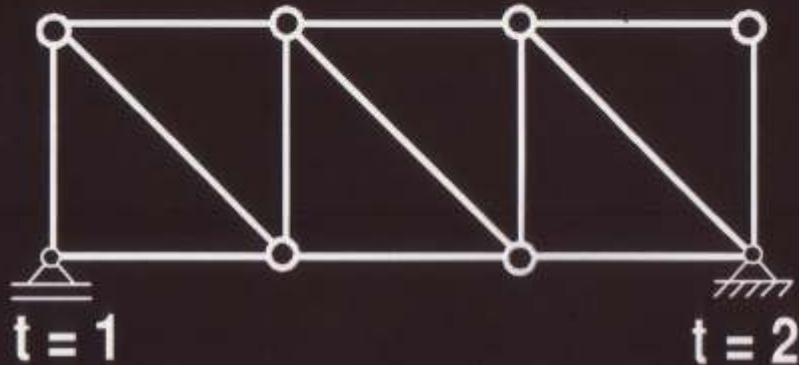
$t + s = 2k$ statisch bestimmt

$t + s = 2k + u$ u -fach statisch unbestimmt

$t + s > 2k$ statisch unbestimmt

$t + s < 2k$ beweglich, kein Tragwerk

Beispiele



$k = 8$ (Auflagergelenke mitzählen)

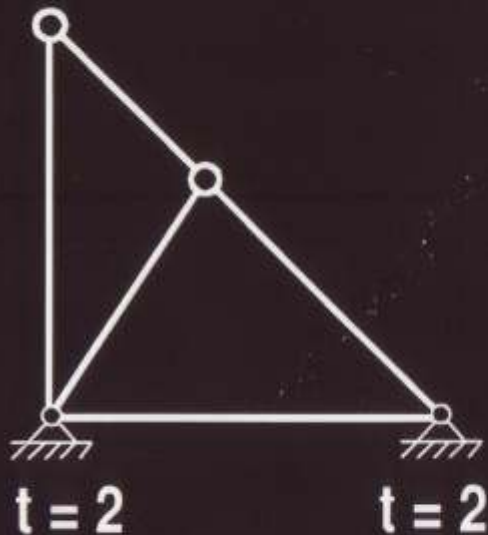
$s = 13$

$t = 3$

$$t + s = 2k$$

$$3 + 13 = 2 \cdot 8$$

statisch bestimmt



$k = 4$
 $s = 5$
 $t = 4$

$$t + s = 2k + u$$

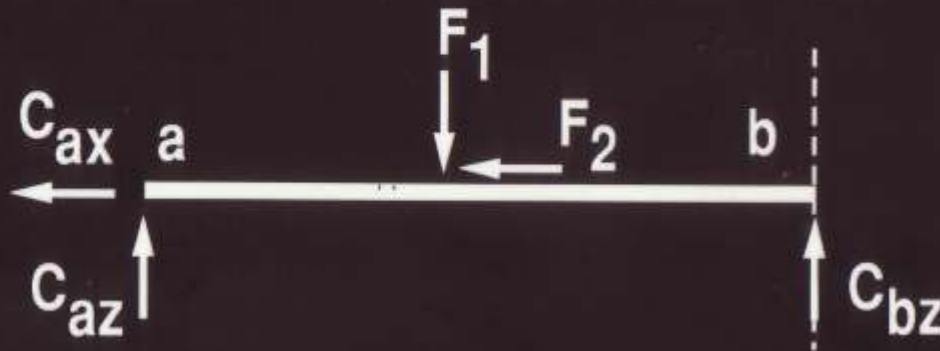
$$4 + 5 = 2 \cdot 4 + 1$$

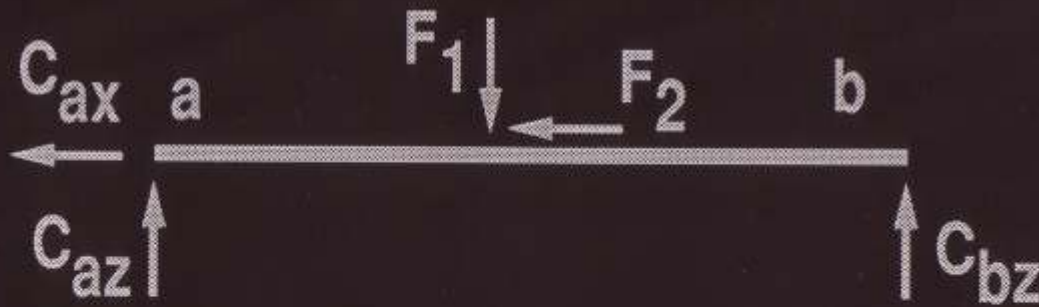
1-fach statisch unbestimmt

5 Stützkräfte am Balken



Freimachungsprozess
(nur vorstellen, später nicht zeichnen)





3 Gleichgewichtsbedingungen zur Verfügung:

$$\Sigma K_x = 0, \quad \Sigma K_z = 0, \quad \Sigma M_k = 0$$

(k = beliebiger Punkt, günstig: Auflager)

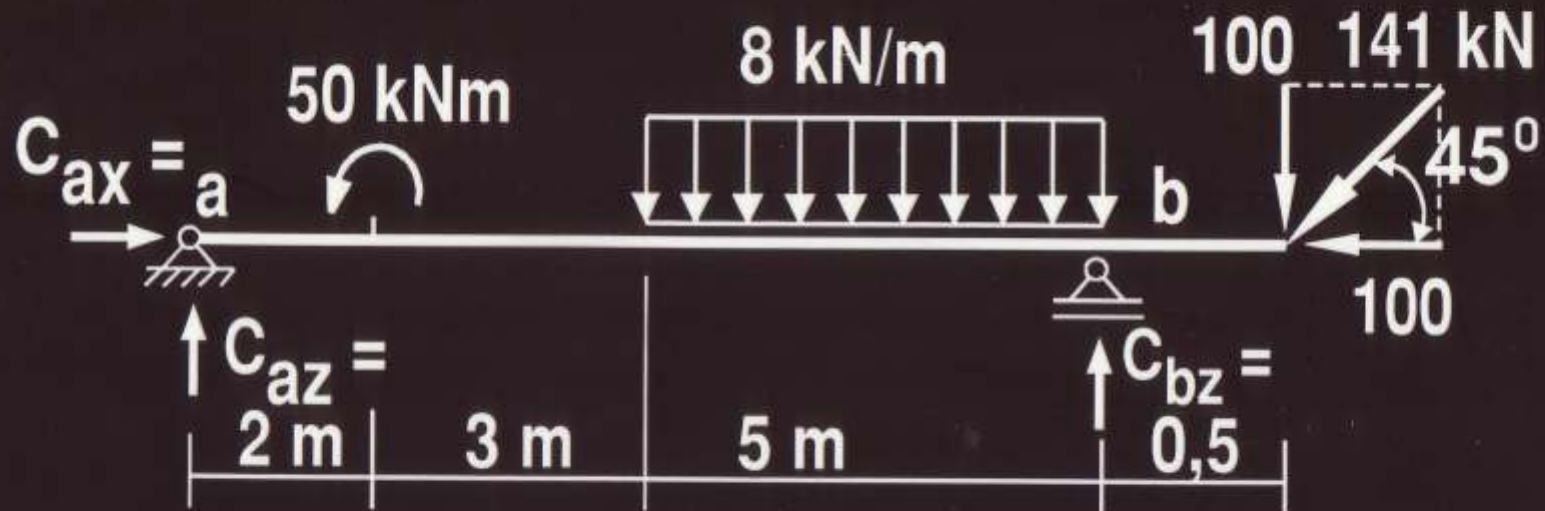
$$\leftarrow \Sigma K_x = 0, \quad C_{ax} + F_2 = 0, \quad C_{ax} = -F_2$$

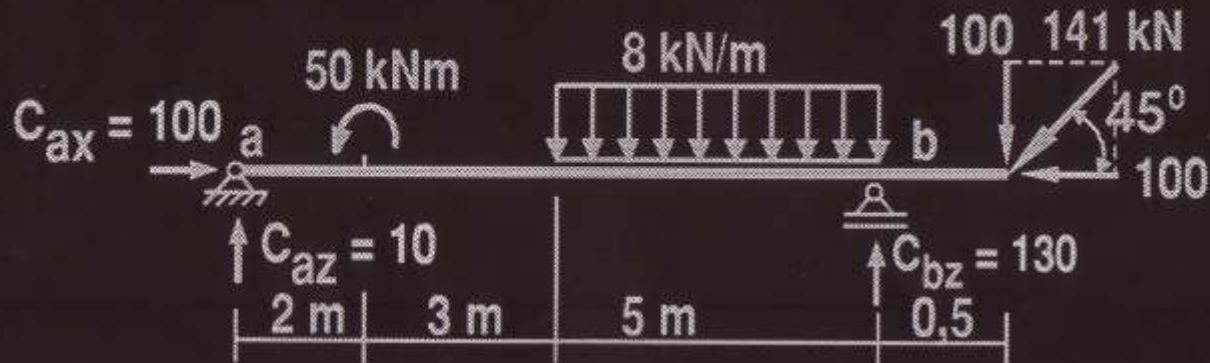
$$\curvearrowright \Sigma M_b = 0, \quad C_{az} \cdot \ell - F_1 \cdot \ell_2 = 0, \quad C_{az} = F_1 \cdot \ell_2 / \ell$$

$$\curvearrowleft \Sigma M_a = 0, \quad C_{bz} \cdot \ell - F_1 \cdot \ell_1 = 0, \quad C_{bz} = F_1 \cdot \ell_1 / \ell$$

Kontrolle: $K_z = 0$ (später unbedingt ausführen)

Beispiel 1





$$\rightarrow \sum K_x = 0 \rightarrow C_{ax} - 100 = 0 \rightarrow C_{ax} = 100$$

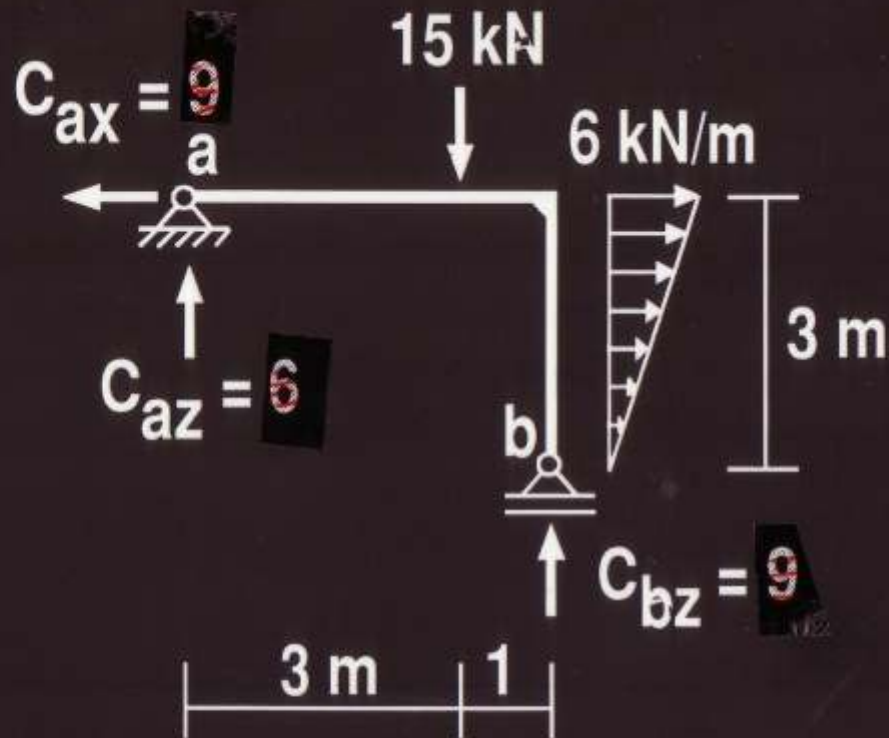
$$\curvearrowright \sum M_b = 0 \rightarrow C_{az} \cdot 10 - 50 - 8 \cdot 5 \cdot 2,5 + 100 \cdot 0,5 = 0 \rightarrow C_{az} = 10$$

$$\curvearrowleft \sum M_a = 0 \rightarrow C_{bz} \cdot 10 + 50 - 8 \cdot 5 (2,5 + 5) - 100 \cdot 10,5 = 0 \rightarrow C_{bz} = 130$$

Kontrolle (unbedingt ausführen):

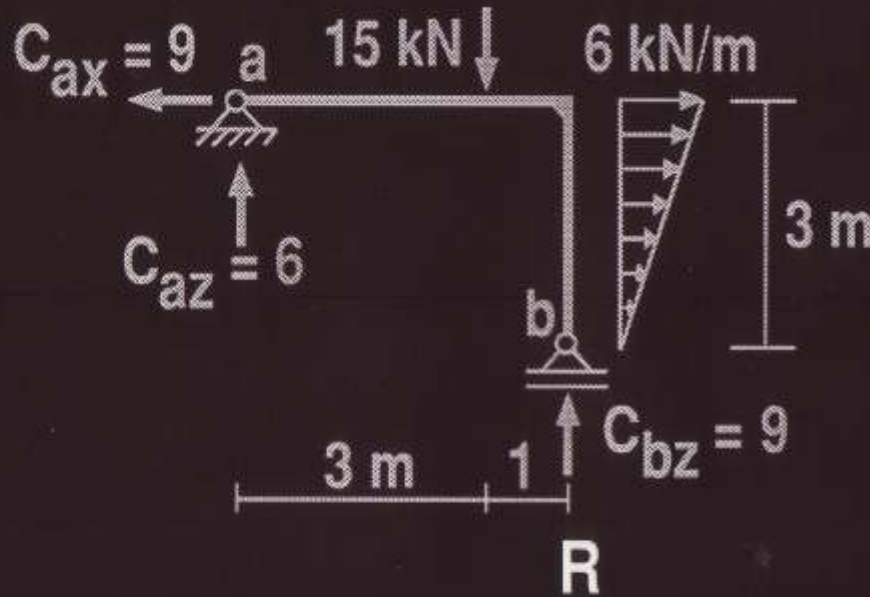
$$\uparrow \sum K_z = 0 \rightarrow 10 + 130 - 8 \cdot 5 - 100 = 0 \rightarrow 0 = 0$$

Beispiel 2



$$\sum K_x = 0 \rightarrow C_{ax} - 6 \cdot 3 \cdot 0,5 = 0 \rightarrow C_{ax} = 9$$

Lösung sofort in die Aufgabenstellung eintragen !



$$\overset{\curvearrowleft}{\Sigma} M_a = 0 \longrightarrow C_{bz} \cdot 4 + 6 \cdot 3 \cdot 0,5 \cdot 1,00 - 15 \cdot 3 = 0 \longrightarrow C_{bz} = 9$$

$$\overset{\curvearrowleft}{\Sigma} M_b = 0 \longrightarrow C_{az} \cdot 4 - \overset{9}{C_{ax}} \cdot 3 - 15 \cdot 1 + 6 \cdot 3 \cdot 0,5 \cdot 2,00 = 0$$

$$C_{az} = 24 / 4 = 6$$

Kontrolle: $\uparrow \Sigma K_z = 0 \longrightarrow 9 + 6 - 15 = 0$ (unbedingt machen !)

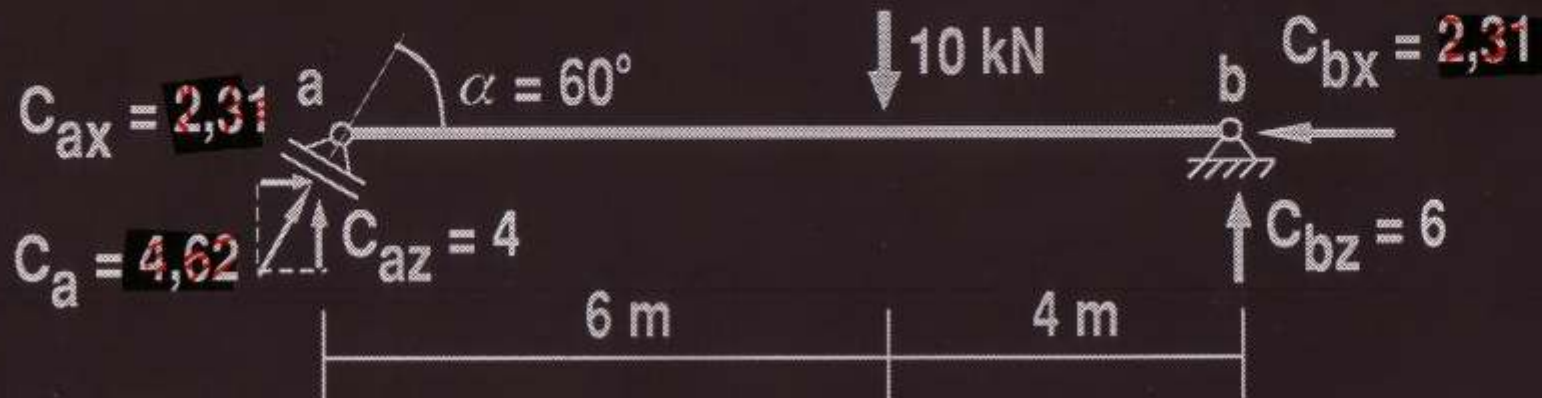
Beispiel 3



$$\sum M_b = 0 \rightarrow C_{az} \cdot 10 - 10 \cdot 4 = 0, \quad C_{az} = 4$$

Lösung sofort in die Aufgabenstellung eintragen !

$$\sum M_a = 0 \rightarrow C_{bz} \cdot 10 - 10 \cdot 6 = 0, \quad C_{bz} = 6$$



am Gleitlager: $\tan 60^\circ = C_{az} / C_{ax}$

$$C_{ax} = C_{az} / \tan 60^\circ = 4 / 1,732 = 2,31 \text{ kN}$$

$$C_a = \sqrt{C_{ax}^2 + C_{az}^2} = \sqrt{2,31^2 + 4^2} = 4,62$$

$$\sum K_x = 0 \rightarrow C_{bx} - C_{ax} = 0 \rightarrow C_{bx} = C_{ax} = 2,31$$

Am Gleitlager gibt es immer nur eine einzige Unbekannte :

